

## Esercizi e problemi sui punti

## indice

1. Distanza tra due punti [pag. 2](#)
2. Perimetro di un poligono di vertici assegnati [pag. 3](#)
3. Punto medio [pag. 5](#)
4. Lunghezza e punto medio dei segmenti di estremi assegnati [pag. 8](#)
5. Allineamento di tre punti in base a condizioni assegnate [pag. 8](#)
6. Dividere un segmento in parti proporzionali ad un numero  $k$  [pag. 9](#)
7. Punti medi dei lati e lunghezza delle mediane del triangolo di vertici assegnati [pag. 9](#)
8. Baricentro [pag. 11](#)
9. Area di un triangolo di vertici assegnati [pag. 14](#)
10. Area di un poligono di vertici assegnati [pag. 15](#)
11. Stabilire il tipo di poligono di vertici assegnati [pag. 15](#)
12. Problemi di riepilogo [pag. 17](#)
13. Problemi di riepilogo più impegnativi [pag. 20](#)
14. Problemi con parametri [pag. 23](#)
15. Problemi con parametri più impegnativi [pag. 26](#)
16. Problemi con traslazioni e simmetrie [pag. 28](#)

Gli esercizi ed i problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

**nota:** in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

calcolare la distanza tra le seguenti coppie di punti



|    |   |                                 |                       |
|----|---|---------------------------------|-----------------------|
| 1  | $A(2; -3)$                                | $B(-4; 5)$                      | 10                    |
| 2  | $A(1; 3)$                                 | $B(-2; 7)$                      | 5                     |
| 3  | $O(0; 0)$                                 | $B(4; -2)$                      | $2\sqrt{5}$           |
| 4  | $A(-1; -3)$                               | $B(2; -2)$                      | $\sqrt{10}$           |
| 5  | $A(0; 0)$                                 | $B(2; 1)$                       | $\sqrt{5}$            |
| 6  | $A(-1; 2)$                                | $B(3; 1)$                       | $\sqrt{17}$           |
| 7  | $A(-4; -4)$                               | $B(2; 2)$                       | $6\sqrt{2}$           |
| 8  | $A\left(\frac{3}{2}; 1\right)$            | $B\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ | $\sqrt{5}$            |
| 9  | $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ | $B(1; 1)$                       | $\frac{\sqrt{37}}{4}$ |
| 10 | $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$            | $B\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ | $\frac{\sqrt{61}}{6}$ |
| 11 | $A(-\sqrt{2}; \sqrt{5})$                  | $B(2\sqrt{2}; -3\sqrt{5})$      | $7\sqrt{2}$           |

problemi con parametri

|    |  |                                  |
|----|--|----------------------------------|
| 12 | Dati i punti $A(1 - 2k; 1)$ e $B(k; 1)$ determinare $k$ in modo che si abbia $\overline{AB} = 2$ | $k = 1 \quad k = -\frac{1}{3}$   |
| 13 | Dati i punti $A(k + 1; 1)$ e $B(-k; 2)$ determinare $k$ in modo che si abbia $\overline{AB} = 3$ | $k = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{2}$ |

|    |  |                           |
|----|--|---------------------------|
| 14 | Dati i punti $A(2k; 0)$ , $B(k - 1; 0)$ , $C(1; 1)$ e $D(4; 5)$ determinare $k$ in modo che $\overline{AB}$ superi $\overline{CD}$ di almeno 3 | $k \leq -9 \vee k \geq 7$ |
|----|--|---------------------------|

calcolare il perimetro dei poligoni di vertici assegnati 

|    |             |                                |            |  |              |
|----|-------------|--------------------------------|------------|--|--------------|
| 15 | $A(-1; 2)$  | $B(3; 5)$                      | $C(7; 2)$  | 18                                     |              |
| 16 | $A(0; 0)$   | $B(2; 4)$                      | $C(3; 1)$  | $2\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$               |              |
| 17 | $A(-1; -3)$ | $B(3; 5)$                      | $C(3; -5)$ | $6\sqrt{5} + 10$                       |              |
| 18 | $A(4; 8)$   | $B(-4; -2)$                    | $C(12; 6)$ | $2(\sqrt{41} + 4\sqrt{5} + \sqrt{17})$ |              |
| 19 | $A(-1; 3)$  | $B(2; 2)$                      | $C(6; 4)$  | $\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$    |              |
| 20 | $A(2; 1)$   | $B(5; 1)$                      | $C(2; 7)$  | $3(3 + \sqrt{5})$                      |              |
| 21 | $A(-3; 1)$  | $B(-1; 2)$                     | $C(3; -2)$ | $4(\sqrt{5} + \sqrt{2})$               |              |
| 22 | $A(-2; 5)$  | $B(0; -3)$                     | $C(-3; 3)$ | $2\sqrt{17} + 4\sqrt{5}$               |              |
| 23 | $A(0; -3)$  | $B(-2; 5)$                     | $C(4; 7)$  | $2(\sqrt{10} + \sqrt{29} + \sqrt{17})$ |              |
| 24 | $A(4; 0)$   | $B\left(6; \frac{3}{2}\right)$ | $C(4; 3)$  | $D\left(2; \frac{3}{2}\right)$         | 9            |
| 25 | $A(5; 1)$   | $B(8; 5)$                      | $C(4; 8)$  | $D(1; 4)$                              | 20           |
| 26 | $A(0; 0)$   | $B(5; 5)$                      | $C(10; 0)$ | $D(5; -5)$                             | $20\sqrt{2}$ |

|    |             |             |            |             |   |
|----|-------------|-------------|------------|-------------|---|
| 27 | $A(7; -2)$  | $B(5; 1)$   | $C(4; -1)$ | $D(6; -4)$  | $2(\sqrt{13} + \sqrt{5})$                       |
| 28 | $A(1; 0)$   | $B(3; 0)$   | $C(5; -1)$ | $D(-1; -1)$ | $8 + 2\sqrt{5}$                                 |
| 29 | $A(-4; -2)$ | $B(-1; -4)$ | $C(5; -3)$ | $D(-1; -1)$ | $\sqrt{37} + \sqrt{13} + 3\sqrt{10}$            |
| 30 | $A(-4; -2)$ | $B(-1; -4)$ | $C(6; -3)$ | $D(-1; -1)$ | $\sqrt{41} + \sqrt{13} + \sqrt{2} + 6$          |
| 31 | $A(-2; 5)$  | $B(-1; -2)$ | $C(1; -4)$ | $D(1; 0)$   | $\sqrt{2}(7 + \sqrt{17}) + 4$                   |
| 32 | $A(-3; 4)$  | $B(4; 6)$   | $C(3; -3)$ | $D(-1; -1)$ | $\sqrt{53} + \sqrt{82} + 2\sqrt{5} + \sqrt{29}$ |

## problemi

|    |   |  |
|----|---|--|
| 33 | Stabilire se il triangolo di vertici $A(2; 2)$ , $B(4; 4)$ , $C(6; -2)$ è un triangolo rettangolo | <i>Il triangolo è rettangolo se le misure dei lati soddisfano il teorema di Pitagora</i> |
| 34 | Dimostra che il triangolo di vertici $A(-6; 0)$ , $B(10; 0)$ e $C(2; 8\sqrt{3})$ è equilatero     | <i>Il triangolo è equilatero se le misure dei tre lati sono uguali</i>                   |
| 35 | Dimostra che il triangolo di vertici $A(1; 2)$ , $B(3; 4)$ e $C(0; 5)$ è isoscele                 | <i>Il triangolo è isoscele se due lati hanno la stessa misura</i>                        |
| 36 | Determinare il punto $P$ appartenente all'asse $x$ equidistante da $A(4; 2)$ e da $B(3; 5)$       | $P(-7; 0)$   |

## problemi con parametri

|    |  |                       |
|----|--|-----------------------|
| 37 | Determinare per quali valori di $k$ la distanza tra i punti $A(2k + 1; k - 1)$ e $B(2; 3k)$ è uguale a 2 | $k = \pm \frac{1}{2}$ |
|----|--|-----------------------|

|    |  |   |
|----|--|---|
| 38 | Dato il triangolo di vertici $A(1; k - 1)$ , $B(2; 5)$ e $C(3; k - 1)$ , determinare $k$ in modo che sia $2p = 2(1 + \sqrt{26})$                               | $k = 1 \quad k = 11$  |
| 39 | Dato il triangolo di vertici $A(3; 1)$ , $B(7; 1)$ e $C(k; 2k - 1)$ , determinare $k$ in modo che sia isoscele di base $\overline{AB}$ e trovarne il perimetro | $k = 5$<br>$perimetro = 4(1 + \sqrt{17})$   |
| 40 | Determinare la famiglia di rettangoli centrati in $O(0; 0)$ e di perimetro $2p$  | $A\left(x; \frac{p}{2} - x\right) \quad B\left(-x; \frac{p}{2} - x\right)$<br>$C\left(-x; x - \frac{p}{2}\right) \quad D\left(x; x - \frac{p}{2}\right)$ ,<br>con $0 < x < \frac{p}{2}$ |

determinare le coordinate del punto medio del segmento AB 

|    |             |            |  |
|----|-------------|------------|--|
| 41 | $A(8; 5)$   | $B(-5; 4)$ | $M\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ |
| 42 | $A(-3; 4)$  | $B(3; -4)$ | $M(0; 0)$                                |
| 43 | $A(3; -8)$  | $B(-1; 2)$ | $M(1; -3)$                               |
| 44 | $A(5; -2)$  | $B(9; 2)$  | $M(7; 0)$                                |
| 45 | $A(-1; -3)$ | $B(5; 7)$  | $M(2; 2)$                                |
| 46 | $A(0; -5)$  | $B(0; 8)$  | $M\left(0; \frac{3}{2}\right)$           |
| 47 | $A(-1; -2)$ | $B(5; 7)$  | $M\left(2; \frac{5}{2}\right)$           |
| 48 | $A(2; 3)$   | $B(-1; 4)$ | $M\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ |

|                               |  |  |  |
|-------------------------------|--|--|--|
| 49                            | $A\left(-2; \frac{4}{7}\right)$  | $B\left(\frac{4}{5}; -3\right)$          | $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{17}{14}\right)$ |
| 50                            | $A\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{3}\right)$  | $B\left(\frac{4}{5}; \frac{2}{3}\right)$ | $M\left(\frac{1}{40}; \frac{1}{2}\right)$    |
| 51                            | $A\left(-\frac{5}{4}; 2\sqrt{2}\right)$  | $B(3; 8\sqrt{2})$                        | $M\left(\frac{7}{8}; 5\sqrt{2}\right)$       |
| <b>problemi</b>               |  |  |  |
| 52                            | Il segmento $AB$ ha come punto medio $M(6; 9)$ . Determinare le coordinate del punto $B$ , sapendo che $A$ ha coordinate $(4; -3)$                                 |  | $B(8; 21)$                                   |
| 53                            | I punti $A(-1; 3)$ , $B(2; 4)$ e $C(4; 1)$ sono i vertici consecutivi di un parallelogramma $ABCD$ . Trova le coordinate del punto $D$                             |  | $D(1; 0)$                                    |
| <b>problemi con parametri</b> |  |  |  |
| 54                            | Dati i punti $A(k - 2; 2k - 1)$ e $B(k; 4 + 2k)$ determinare $k$ in modo che il punto medio del segmento $AB$ abbia ordinata doppia dell'ascissa                   |  | $k = -\frac{4}{3}$                           |
| 55                            | Verificare che il triangolo di vertici $A(2; 4)$ , $B(4; 1)$ , $C\left(-3; -\frac{3}{2}\right)$ , è isoscele e calcolare la misura dell'altezza relativa alla base |  | $h = 2\sqrt{13}$                             |
| 56                            | Dati i punti $A(k - 2; 1)$ e $B(1 - 2k; 3)$ determinare $k$ in modo che il punto medio sia $M(-5; 2)$  |  | $k = 9$                                      |
| 57                            | Dati i punti $A(-k + 2; -1)$ e $B(3k + 4; 5)$ determinare $k$ in modo che il punto medio $M$ disti 5 da $C(2; 2)$  |  | $k = -6 \quad k = 4$                         |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 58 | Dati i punti $A(k^2 - 2; l - 1)$ e $B(3 + k; l)$ determinare $k$ e $l$ in modo che il punto medio sia $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$  | $k = -3 \quad k = 2 \quad l = \frac{1}{2}$ |
| 59 | Dati i punti $A(2; l - 1)$ e $B\left(\sqrt{k} + \frac{1}{2}; l(l - 1)\right)$ determinare $k$ e $l$ in modo che il punto medio sia $M(-1; 4)$   | impossibile                                |
| 60 | Dati i punti $A\left(\frac{k}{2} + 1; -2\right)$ e $B(\sqrt{k} - 1; l^2)$ determinare $k$ e $l$ in modo che il punto medio sia $M(0; 1)$  | $k = 0 \quad l = \pm 2$                    |
| 61 | Dati i punti $A(k + 3; -1)$ e $M(-2k; 1)$ determinare il secondo estremo $B$ del segmento $AB$ che ha $M$ come punto medio  | $B(-5k - 3; 3)$                            |
| 62 | Dati i punti $A(3k - 5; 2l + 1)$ e $M(-1; 3l - 4)$ determinare $k$ e $l$ in modo che l'estremo $B$ del segmento $AB$ che ha $M$ come punto medio sia $B(2; 5)$                            | $k = \frac{1}{3}, \quad l = \frac{7}{2}$   |
| 63 | Dati i punti $A(k^2 + 1; -l)$ e $M(2k + 1; \sqrt{1 + l})$ determinare $k$ e $l$ in modo che l'estremo $B$ del segmento $AB$ che ha $M$ come punto medio sia $B(5; 2)$                     | $k = 2, \quad l = 0$                       |
| 64 | Dati i punti $A\left(-k + \frac{1}{2}; -2\right)$ e $M(0; 4)$ determinare $k$ in modo che l'estremo $B$ del segmento $AB$ che ha $M$ come punto medio sia $B\left(\frac{1}{2}; 10\right)$ | $k = 1$                                    |
| 65 | Dati i punti $A(2; 0)$ e $M(k; k)$ determinare $k$ in modo che $B$ , il secondo estremo del segmento $AB$ disti 5 dall'origine $O$  | $k = \frac{2 \pm \sqrt{46}}{4}$            |

calcolare lunghezza e le coordinate del punto medio dei segmenti di estremi assegnati 

|    |  |  |                         |   |
|----|--|--|-------------------------|---|
| 66 | $A(-3; -2)$                                | $B\left(7; \frac{4}{3}\right)$           | $\frac{10\sqrt{10}}{3}$ | $M\left(2; -\frac{1}{3}\right)$             |
| 67 | $A\left(-\frac{5}{6}; -\frac{7}{3}\right)$ | $B\left(\frac{7}{6}; 1\right)$           | $\frac{2\sqrt{34}}{3}$  | $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{2}{3}\right)$   |
| 68 | $A\left(\frac{5}{9}; -\frac{2}{9}\right)$  | $B\left(\frac{1}{3}; 0\right)$           | $\frac{2\sqrt{2}}{9}$   | $M\left(\frac{4}{9}; -\frac{1}{9}\right)$   |
| 69 | $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{3}\right)$  | $B\left(10; -\frac{1}{3}\right)$         | $\frac{65}{6}$          | $M\left(\frac{19}{4}; 1\right)$             |
| 70 | $A\left(3; -\frac{1}{3}\right)$            | $B\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{6}\right)$ | $\frac{\sqrt{53}}{4}$   | $M\left(\frac{17}{8}; -\frac{1}{12}\right)$ |
| 71 | $A\left(\frac{7}{6}; -2\right)$            | $B\left(1; -\frac{8}{3}\right)$          | $\frac{\sqrt{17}}{6}$   | $M\left(\frac{13}{12}; -\frac{7}{3}\right)$ |

calcolare le coordinate del punto B allineato ad A ed M in modo da soddisfare le relazioni date 

|    |   |   |           |  |
|----|---|---|-----------|--|
| 72 | $A(2; 2)$                                 | $M(3; 3)$                                   | $AM = MB$ | $B(4; 4)$                                    |
| 73 | $A(3; 1)$                                 | $M\left(\frac{3}{2}; -2\right)$             | $AM = MB$ | $B(0; -5)$                                   |
| 74 | $A(2; -7)$                                | $M\left(\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right)$   | $AM = MB$ | $B(3; 0)$                                    |
| 75 | $A\left(3; -\frac{7}{4}\right)$           | $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$              | $AM = MB$ | $B\left(-2; \frac{23}{4}\right)$             |
| 76 | $A\left(-\frac{7}{8}; \frac{2}{3}\right)$ | $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{10}{7}\right)$ | $AM = MB$ | $B\left(-\frac{1}{8}; -\frac{74}{21}\right)$ |
| 77 | $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$            | $M\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$   | $AM = MB$ | $B(1; -1)$                                   |

|    |  |   |                             |  |
|----|--|---|-----------------------------|--|
| 78 | $A(1; -1)$   | $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{8}\right)$                      | $AM = \frac{3}{4}MB$        | $B\left(\frac{13}{6}; \frac{67}{24}\right)$                        |
| 79 | $A(-10; 9)$  | $M\left(-9; \frac{3}{2}\right)$                               | $AM = \frac{MB}{2}$         | $B\left(-7; -\frac{27}{2}\right)$                                  |
| 80 | $A\left(\frac{3}{5}; -2\right)$                                | $M\left(-\frac{6}{5}; -\frac{7}{2}\right)$                    | $AM = 2MB$                  | $B\left(-\frac{21}{10}; -\frac{17}{4}\right)$                      |
| 81 | $A\left(-\frac{1}{4}; \frac{4}{7}\right)$                      | $M(-1; -5)$   | $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}MB$ | $B\left(-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; -5 - \frac{26\sqrt{3}}{7}\right)$ |
| 82 | $A\left(\frac{7}{6}k; \frac{5}{3} - k\right)$                  | $M\left(-k; 6 - \frac{4}{3}k\right)$                          | $AM = MB$                   | $B\left(-\frac{19}{6}k; \frac{31 - 5k}{3}\right)$                  |
| 83 | $A\left(\frac{4k - 10}{9}; -\frac{5}{8}k - \frac{2}{3}\right)$ | $M\left(\frac{2}{3}k - 1; -\frac{1}{9} - \frac{2}{7}k\right)$ | $AM = MB$                   | $B\left(\frac{8}{9}(k - 1); \frac{4}{9} + \frac{3}{56}k\right)$    |

dividere un segmento in parti proporzionali ad un numero  $k$



|    |  |  |  |                   |
|----|--|--|--|-------------------|
| 84 | Determina le coordinate del punto $C$ che divide il segmento di estremi $A(-4; -2)$ $B\left(5; \frac{5}{2}\right)$ , in parti proporzionali a 2    |  |  | $C(14; 7)$        |
| 85 | Determina le coordinate del punto $C$ che divide il segmento di estremi $A(-4; -2)$ $B\left(5; \frac{5}{2}\right)$ , in parti proporzionali a $-2$ |  |  | $C(-22; -11)$     |
| 86 | Determina le coordinate dei punti che dividono il segmento di estremi $A(-2; 9)$ $B(14; 1)$ , in due parti proporzionali ai numeri 5 e 3           |  |  | $(4; 6)$ $(8; 4)$ |

trova i punti medi  $M$   $N$   $P$  dei lati e la lunghezza delle mediane del triangolo di vertici assegnati



|    |                                 |   |
|----|---------------------------------|---|
| 87 | $A(1; 4)$ $B(-3; 6)$ $C(3; -4)$ | $M(-1; 5)$ $N(0; 1)$ $P(2; 0)$<br>$CM = \sqrt{97}$ $AN = \sqrt{10}$<br>$BP = \sqrt{61}$ |
|----|---------------------------------|---|

|    |  |   |
|----|--|---|
| 88 | $A(-2; 4) \quad B(-5; -6) \quad C(-7; 2)$  | $M\left(-\frac{7}{2}; -1\right) \quad N(-6; -2)$<br>$P\left(-\frac{9}{2}; 3\right)$<br>$AN = 2\sqrt{13} \quad BP = \frac{5}{2}\sqrt{13}$<br>$CM = \frac{\sqrt{85}}{2}$                                    |
| 89 | $A(3; 5) \quad B(-3; -4) \quad C(-3; -10)$ | $M\left(0; \frac{1}{2}\right) \quad N(-3; -7)$<br>$P\left(0; -\frac{5}{2}\right)$<br>$AN = 6\sqrt{5} \quad BP = \frac{3\sqrt{5}}{2}$<br>$CM = \frac{3\sqrt{53}}{2}$                                       |
| 90 | $A(-8; 4) \quad B(-6; -3) \quad C(-7; -9)$ | $M\left(-7; \frac{1}{2}\right) \quad N\left(-\frac{13}{2}; -6\right)$<br>$P\left(-\frac{15}{2}; -\frac{5}{2}\right)$<br>$AN = \frac{\sqrt{409}}{2} \quad BP = \frac{\sqrt{10}}{2}$<br>$CM = \frac{19}{2}$ |
| 91 | $A(-4; -8) \quad B(-8; -6) \quad C(-4; 2)$ | $M(-6; -7) \quad N(-6; -2)$<br>$P(-4; -3)$<br>$AN = 2\sqrt{10} \quad BP = 5$<br>$CM = \sqrt{85}$  |
| 92 | $A(2; -8) \quad B(-4; 3) \quad C(-10; -7)$ | $M\left(-1; -\frac{5}{2}\right) \quad N(-7; -2)$<br>$P\left(-4; -\frac{15}{2}\right)$<br>$AN = 3\sqrt{13} \quad BP = \frac{21}{2}$<br>$CM = \frac{9\sqrt{5}}{2}$  |
| 93 | $A(3; -5) \quad B(3; 7) \quad C(7; -9)$    | $M(3; 1) \quad N(5; -1) \quad P(5; -7)$<br>$AN = 2\sqrt{5} \quad BP = 10\sqrt{2}$<br>$CM = 2\sqrt{29}$  |

determinare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici assegnati



|     |             |             |              |   |
|-----|-------------|-------------|--------------|---|
| 94  | $A(1; 5)$   | $B(2; 8)$   | $C(-1; -4)$  | $G\left(\frac{2}{3}; 3\right)$            |
| 95  | $A(2; -7)$  | $B(-1; 5)$  | $C(-1; 2)$   | $G(0; 0)$                                 |
| 96  | $A(-3; 1)$  | $B(-1; 3)$  | $C(1; 8)$    | $G(-1; 4)$                                |
| 97  | $A(0; 0)$   | $B(5; -1)$  | $C(1; 1)$    | $G(2; 0)$                                 |
| 98  | $A(3; 5)$   | $B(-3; -4)$ | $C(-3; -10)$ | $G(-1; -3)$                               |
| 99  | $A(2; -8)$  | $B(-4; 3)$  | $C(-10; -7)$ | $G(-4; -4)$                               |
| 100 | $A(0; 2)$   | $B(-1; -1)$ | $C(5; 8)$    | $G\left(\frac{4}{3}; 3\right)$            |
| 101 | $A(5; 3)$   | $B(-2; 3)$  | $C(-3; -4)$  | $G\left(0; \frac{2}{3}\right)$            |
| 102 | $A(-8; 4)$  | $B(-6; -3)$ | $C(-7; -9)$  | $G\left(-7; -\frac{8}{3}\right)$          |
| 103 | $A(-2; 4)$  | $B(-5; -6)$ | $C(-7; 2)$   | $G\left(-\frac{14}{3}; 0\right)$          |
| 104 | $A(-4; -8)$ | $B(-8; -6)$ | $C(-4; 2)$   | $G\left(-\frac{16}{3}; -4\right)$         |
| 105 | $A(-4; -3)$ | $B(2; 7)$   | $C(0; 3)$    | $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ |

|                 |  |                                 |                                       |   |
|-----------------|--|---------------------------------|---------------------------------------|---|
| 106             | $A(3; -5)$   | $B(3; 7)$                       | $C(7; -9)$                            | $G\left(\frac{13}{3}; -\frac{7}{3}\right)$        |
| 107             | $A\left(-\frac{2}{3}; 2\right)$  | $B\left(\frac{4}{3}; -5\right)$ | $C(0; 4)$                             | $G\left(\frac{2}{9}; \frac{1}{3}\right)$          |
| 108             | $A\left(\frac{1}{6}; -6\right)$  | $B(5; -2)$                      | $C\left(\frac{2}{3}; 1\right)$        | $G\left(\frac{35}{18}; -\frac{7}{3}\right)$       |
| 109             | $A(-1; -5\sqrt{2})$  | $B(6; 0)$                       | $C\left(2; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$ |
| 110             | $A\left(2; \frac{1}{4}\right)$   | $B\left(\frac{5}{2}; 4\right)$  | $C(-3; -2)$                           | $G\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$          |
| 111             | $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  | $B(6; -3)$                      | $C(2; 2)$                             | $G\left(3; -\frac{1}{2}\right)$                   |
| <b>problemi</b> |  |                                 |                                       |   |
| 112             | Dato il triangolo di vertici $A(-4; 5)$ , $B(-7; 8)$ e di baricentro $G(-2; -2)$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$   |                                 |                                       | $C(5; -19)$                                       |
| 113             | Dato il triangolo di vertici $A\left(2; \frac{5}{2}\right)$ , $B\left(0; \frac{7}{2}\right)$ e di baricentro $G(-1; 3)$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$            |                                 |                                       | $C(-5; 3)$  |
| 114             | Dato il triangolo di vertici $A(3; -3)$ , $B(0; -2)$ e di baricentro $G(1; 1)$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$   |                                 |                                       | $C(0; 8)$   |
| 115             | Dato il triangolo di vertici $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ , $B\left(\frac{5}{4}; 1\right)$ e di baricentro $G(0; -1)$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$ |                                 |                                       | $C\left(-\frac{3}{4}; -\frac{14}{3}\right)$       |

|                               |  |   |
|-------------------------------|--|---|
| 116                           | I punti $A(4; 2)$ e $M(1; -3)$ sono gli estremi della mediana $AM$ del triangolo $ABC$ . Calcola le coordinate del baricentro $G$ del triangolo  | $G\left(2; -\frac{4}{3}\right)$           |
| 117                           | Dato il triangolo di vertici $A(-\sqrt{2} + 1; 3)$ , $B(1 + 2\sqrt{2}; -1)$ e di baricentro $G(\sqrt{2}; \sqrt{3})$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$                                  | $C(2\sqrt{2} - 2; 3\sqrt{3} - 2)$         |
| 118                           | Dato il triangolo di vertici $A(-7; 2)$ , $B(1; -4)$ e di baricentro $G\left(-2; -\frac{2}{3}\right)$ , calcola le coordinate del terzo vertice $C$  | $C(0; 0)$                                 |
| <b>problemi con parametri</b> |  |   |
| 119                           | È dato il triangolo di vertici $A(2k - 1; h)$ , $B(k + 2; 3h - 1)$ e $C(-k + 1; h + 2)$ . Trova $k$ e $h$ in modo che il baricentro del triangolo sia $G(2; 1)$                                    | $k = 2 \quad h = \frac{2}{5}$             |
| 120                           | È dato il triangolo di vertici $A(1 - k; 2h)$ , $B(2k - 3; h + 1)$ , $C(2; 5)$ . Trova $k$ e $h$ in modo che il baricentro sia $G(1; -1)$  | $k = 3 \quad h = -3$                      |
| 121                           | È dato il triangolo di vertici $A(k - 3; h + 2)$ , $B(k; 2h)$ , $C(-1 + 2k; -h)$ . Trova $k$ e $h$ in modo che il baricentro sia $G(0; 3)$   | $k = 1 \quad h = \frac{7}{2}$             |
| 122                           | È dato il triangolo di vertici $A(\sqrt{k-1}; -3)$ , $B(k - 2; h^2 + 4)$ , $C(-2k; -2h)$ . Trovare $k$ e $h$ in modo che il baricentro sia $G(-2; 0)$  | $k = \frac{9 + \sqrt{13}}{2} \quad h = 1$ |
| 123                           | È dato il triangolo di vertici $A(k + 3; -h + 7)$ , $B(2; h + 2)$ e di baricentro $G(2k + 3; -3h)$ . Trovare $k$ e $h$ in modo che il terzo vertice sia $C(1; 0)$                                  | $k = -\frac{3}{5} \quad h = -1$           |
| 124                           | È dato il triangolo di vertici $A(2k^3 - 1; 5h + 2)$ , $B(k - 2; -2h + 3)$ e di baricentro $G\left(3 + \frac{k}{3}; h + 5\right)$ . Trovare $k$ e $h$ in modo che il terzo vertice sia $C(-4; 10)$ | $k = 2 \quad \forall h \in \mathbb{R}$    |

calcolare l'area del triangolo di vertici assegnati



|     |  |  |                                 |                 |
|-----|--|--|---------------------------------|-----------------|
| 125 | $A(0; 3)$                                | $B(6; 3)$                                | $C(6; 1)$                       | 6               |
| 126 | $A(2; 1)$                                | $B(4; -3)$                               | $C(7; -4)$                      | 5               |
| 127 | $A(5; 0)$                                | $B(-1; 2)$                               | $C(5; 10)$                      | 30              |
| 128 | $A(3; 7)$                                | $B(7; 10)$                               | $C(-3; 0)$                      | 5               |
| 129 | $A(-1; -1)$                              | $B(4; 4)$                                | $C(10; 7)$                      | $\frac{15}{2}$  |
| 130 | $A(-4; 3)$                               | $B(5; 0)$                                | $C(-8; -19)$                    | 105             |
| 131 | $A(1; 1)$                                | $B\left(-\frac{3}{4}; 3\right)$          | $C\left(-2; \frac{7}{2}\right)$ | $\frac{13}{16}$ |
| 132 | $A\left(\frac{4}{3}; -1\right)$          | $B(-1; -1)$                              | $C(3; 5)$                       | 7               |
| 133 | $A(0; 0)$                                | $B\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ | $C(3\sqrt{2}; \sqrt{2})$        | $5\sqrt{2}$     |
| 134 | $A(5; -2)$                               | $B(2; 1)$                                | $C(3; -2\sqrt{2})$              | $3\sqrt{2}$     |
| 135 | $A\left(2; \frac{1}{4}\right)$           | $B(1; 4)$                                | $C(-1; 2)$                      | $\frac{19}{4}$  |
| 136 | $A(-4; 1)$                               | $B\left(2; -\frac{5}{2}\right)$          | $C\left(-1; \frac{8}{3}\right)$ | $\frac{41}{4}$  |
| 137 | $A\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ | $B(1; 4)$                                | $C\left(2; \frac{1}{3}\right)$  | $\frac{5}{6}$   |

calcolare l'area del poligono di vertici assegnati



|     |   |   |                                 |                |                |
|-----|---|---|---------------------------------|----------------|----------------|
| 138 | $A(-1; 0)$  | $B(5; -4)$  | $C(1; 2)$                       | 10             |                |
| 139 | $A(-4; -4)$   | $B(-5; -5)$   | $C(2; 3)$                       | $\frac{1}{2}$  |                |
| 140 | $A\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$                | $B\left(0; -\frac{1}{2}\right)$                                 | $C\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$ | $\frac{33}{8}$ |                |
| 141 | $A\left(\frac{7}{4}; -2\right)$                         | $B\left(\frac{3}{4}; 8\right)$                                  | $C\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$ | 9              |                |
| 142 | $A(6; 2)$   | $B(5; -5)$  | $C(8; 0)$                       | $D(13; 1)$     | 14             |
| 143 | $A(-3; 5)$  | $B(-5; 4)$  | $C(2; -1)$                      | $D(2; 5)$      | $\frac{47}{2}$ |
| 144 | $A(2\sqrt{3} - 1; 1)$<br>$C(-5\sqrt{3}; -6 - \sqrt{3})$ | $B(4; -1 - 5\sqrt{3})$<br>$D(5(\sqrt{3} - 1); 4(\sqrt{3} + 1))$ |                                 | 116            |                |

stabilire il tipo di poligono individuato dai vertici assegnati



|     |                                 |  |  |                      |
|-----|---------------------------------|--|--|----------------------|
| 145 | $A(0; 0)$                       | $B(2; 0)$  | $C(1; \sqrt{3})$                                 | Triangolo equilatero |
| 146 | $A(1; -6)$                      | $B(0; -6)$                                       | $C\left(1; -\frac{32}{5}\right)$                 | Triangolo rettangolo |
| 147 | $A\left(0; \frac{9}{10}\right)$ | $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{7}{5}\right)$ | $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{2}{5}\right)$ | Triangolo equilatero |

|     |  |   |  |  |                        |
|-----|--|---|--|--|------------------------|
| 148 | $A\left(\frac{1}{5}; -\frac{5}{4}\right)$                          | $B\left(0; -\frac{5}{4}\right)$                                   | $C\left(\frac{1}{10}; -\frac{29+2\sqrt{3}}{20}\right)$   | <i>Triangolo isoscele</i>  |                        |
| 149 | $A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$                           | $B\left(\frac{3}{4} - \frac{4\sqrt{3}}{7}; \frac{19}{28}\right)$  | $C\left(\frac{169}{140}; \frac{3}{28} - \frac{16\sqrt{3}}{35}\right)$                          | <i>Triangolo isoscele</i>  |                        |
| 150 | $A\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$                                    | $B\left(\frac{\sqrt{2}-9}{6}; \frac{\sqrt{2}}{6}\right)$          | $C\left(\frac{\sqrt{2}}{12}(\sqrt{3}-1) - \frac{3}{2}; \frac{\sqrt{2}}{12}(\sqrt{3}+1)\right)$ | <i>Triangolo equilatero</i>                                      |                        |
| 151 | $A\left(\frac{2}{3}; -1\right)$                                    | $B\left(\frac{3\sqrt{2}+4}{6}; \frac{\sqrt{2}-2}{2}\right)$       | $C\left(\sqrt{2} + \frac{2}{3}; -1 - \sqrt{2}\right)$  | <i>Triangolo rettangolo</i>                                      |                        |
| 152 | $A\left(-\frac{7}{3}; -\frac{2}{9}\right)$                         | $B\left(\frac{\sqrt{3}}{7} - \frac{7}{3}; -\frac{5}{63}\right)$   | $C\left(-\frac{52}{21}; \frac{\sqrt{3}}{7} - \frac{2}{9}\right)$                               | <i>Triangolo rettangolo isoscele</i>                             |                        |
| 153 | $A\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$                          | $B\left(\frac{16\sqrt{2}-3}{12}; \frac{3-8\sqrt{2}}{6}\right)$    | $C\left(\frac{32\sqrt{2}-3}{12}; \frac{1}{2}\right)$   | $D\left(\frac{16\sqrt{2}-3}{12}; \frac{3+8\sqrt{2}}{6}\right)$   | <i>Quadrato</i>        |
| 154 | $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{7}{6}\right)$                          | $B\left(\frac{69}{70}; -\frac{7}{6}\right)$                       | $C\left(\frac{11}{5}; \frac{101}{30}\right)$   | $D\left(\frac{3}{2}; \frac{101}{30}\right)$                      | <i>Parallelogramma</i> |
| 155 | $A\left(-\frac{26}{15}; \frac{7\sqrt{3}}{30} - \frac{5}{3}\right)$ | $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{7} - \frac{3}{2}; -\frac{38}{21}\right)$ | $C\left(-\frac{19}{15}; -\frac{7\sqrt{3}}{30} - \frac{5}{3}\right)$                            | $D\left(\frac{\sqrt{3}}{7} - \frac{3}{2}; -\frac{32}{21}\right)$ | <i>Rombo</i>           |

|   |  |  |
|---|--|--|
| 156   | $A\left(\frac{3}{2}; -8\right)$ $B\left(\frac{10\sqrt{3}+9}{6}; -\frac{29}{3}\right)$<br>$C\left(\frac{10\sqrt{3}+19}{6}; \frac{5\sqrt{3}-29}{3}\right)$ $D\left(\frac{19}{6}; \frac{5\sqrt{3}}{3} - 8\right)$                 | Quadrato   |
| 157   | $A\left(1; \frac{4}{5}\right)$ $B\left(1 - \frac{7\sqrt{3}}{8}; \frac{67}{40}\right)$<br>$C\left(-\frac{41+21\sqrt{3}}{24}; \frac{15-7\sqrt{3}}{8}\right)$ $D\left(-\frac{41}{24}; 1 - \frac{7\sqrt{3}}{8}\right)$             | Parallelogramma  |
| 158   | $A\left(5; \frac{2}{3}\right)$ $B\left(\frac{41}{8}; \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$<br>$C\left(\frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{41}{8}; \frac{5+\sqrt{3}}{8}\right)$ $D\left(5 + \frac{\sqrt{3}}{24}; \frac{5}{8}\right)$ | Rettangolo   |
| problemi di riepilogo  |  |  |
| 159   | Determina le coordinate dei punti medi dei lati del quadrilatero $ABCD$ con<br>$A(2; 3)$ $B(-2; 4)$ $C(-1; -3)$ $D(2; -1)$   | $\left(0; \frac{7}{2}\right) \left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}; -2\right) (2; 1)$ |
| 160   | I punti $A(-2; 3)$ e $B(5; 5)$ sono due dei vertici del triangolo $ABC$ . Sapendo che $M\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ è il punto medio del lato $AC$ , determina le coordinate di $C$ e il perimetro del triangolo $ABC$       | $C(-1; -3)$<br>$perimetro = \sqrt{53} + \sqrt{37} + 10$  |
| 161   | Dati i punti $A(3; 2)$ , $B(7; -1)$ trova l'estremo $C$ del triangolo $ABC$ in modo che abbia area $\frac{7}{2}$ e sapendo che si trova sull'asse delle ascisse  | $C_1\left(\frac{10}{3}; 0\right)$ $C_2(8; 0)$  |
| 162   | Dati i punti $A(5; -4)$ , $B(2; 2)$ , trova l'estremo $C$ del triangolo $ABC$ in modo che abbia area $\frac{9}{2}$ e sapendo che la somma delle sue coordinate è 2   | $C_1(7; -5)$ $C_2(1; 1)$   |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 163 | Dati i punti $O(0; 0)$ e $A(3; 0)$ , trova l'estremo $C$ del triangolo $OAC$ in modo che abbia area $\frac{3}{2}$ e sapendo che la sua distanza dal punto $F\left(\frac{3}{2}; 5\right)$ vale 4 | $C\left(\frac{3}{2}; 1\right)$   |
| 164 | Dati i punti $A(2; -1)$ e $B(5; 0)$ , trovare il vertice $C$ del triangolo $ABC$ in modo che abbia area $3\sqrt{10}$ sapendo che la sua ascissa vale $-1$                                       | $C_1(-1; -2(1 + \sqrt{10}))$<br>$C_2(-1; -2(1 - \sqrt{10}))$                               |
| 165 | Dati i punti $A(-2; 2)$ e $B(7; 5)$ , trovare il vertice $C$ del triangolo $ABC$ in modo che abbia area 9 sapendo che la sua ordinata vale $-\frac{1}{6}$                                       | $C_1\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{6}\right)$ $C_2\left(-\frac{29}{2}; -\frac{1}{6}\right)$ |
| 166 | Calcola il circocentro del triangolo $ABC$ con $A(7; 1)$ , $B(2; 7)$ e $C(-2; -2)$  | $\left(\frac{81}{46}; \frac{79}{46}\right)$  |
| 167 | Determina le coordinate del centro $Q$ della circonferenza circoscritta al triangolo di vertici $A(1; 2)$ , $B(5; -2)$ , $C(0; \sqrt{15} - 2)$ e la misura del raggio                           | $Q(1; -2)$ $r = 4$   |
| 168 | Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(1; 2)$ , $B(3; 1)$ e $C(2; 4)$ è isoscele, determinane il perimetro e l'area  | $perimetro = 2\sqrt{5} + \sqrt{10}$<br>$area = \frac{5}{2}$                                |
| 169 | Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(4; 2)$ , $B(3; 5)$ e $C(-3; 3)$ è rettangolo, calcolane il perimetro e l'area   | $perimetro = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$<br>$area = 10$  |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 170 | Di un parallelogramma di diagonali $AC$ e $BD$ si conoscono le coordinate di tre vertici: $B(4; 2)$ , $C(8; -2)$ e $D(5; -3)$ . Determina le coordinate del quarto vertice $A$   | $A(1; 1)$   |
| 171 | Dopo aver verificato che il triangolo $ABC$ di vertici $A(1; 3)$ , $B(4; 1)$ e $C\left(3; \frac{11}{4}\right)$ è isoscele, determina la misura dell'altezza relativa alla base   | $h = \frac{\sqrt{13}}{4}$   |
| 172 | Un rettangolo $ABCD$ ha i lati paralleli agli assi coordinati, il centro nell'origine $O$ degli assi e un vertice nel punto $(3; -8)$ . Determina le coordinate degli altri vertici e calcola il perimetro, l'area e la misura delle diagonali       | $(3; 8)$ $(-3; 8)$ $(-3; -8)$<br>perimetro = 44 area = 96<br>$d = 2\sqrt{73}$ |
| 173 | Determina le coordinate del vertice $C$ di un triangolo isoscele di base $AB$ con $A(-1; 1)$ $B(2; 0)$ , sapendo che l'altezza relativa alla base misura $\frac{\sqrt{10}}{2}$   | $C_1(1; 2)$ $C_2(0; -1)$  |
| 174 | Siano dati i punti $A(1; 2)$ $B(5; 6)$ $C(11; 4)$ . Una volta trovate le coordinate di $M$ e $N$ , punti medi rispettivamente di $AB$ e $BC$ , determina le coordinate del punto medio $P$ del segmento $MN$ e del punto medio $Q$ del segmento $AC$ | $P\left(\frac{11}{2}; \frac{9}{2}\right)$ $Q(6; 3)$                           |
| 175 | Sia dato il segmento $AB$ di estremi $A(-4; 0)$ $B(6; 5)$ . Determina le coordinate di un punto $C$ tali che $AC = \frac{1}{4}BC$  | $C(-2; 1)$  |
| 176 | Sia dato il segmento $PQ$ di estremi $P(0; 6)$ $Q(7; 1)$ , determina le coordinate dei punti che lo dividono in due parti proporzionali ai numeri 4 e 3  | $\left(3; \frac{27}{7}\right)$ $\left(4; \frac{22}{7}\right)$                 |

|   |   |  |
|---|---|--|
| 177   | Determina le coordinate dei punti del segmento di estremi $A(4; 4)$ $B(-2; -5)$ che lo suddividono in tre parti congruenti  | $(2; 1)$ $(0; -2)$   |
| 178   | I punti $A(6; 1)$ e $M(1; 0)$ sono gli estremi della mediana $AM$ di un triangolo $ABC$ . Trova il baricentro $G$ del triangolo   | $G\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}\right)$                                 |
| 179   | Trova i punti di ascissa tripla dell'ordinata, che hanno distanza di 4 unità dal punto $P(-1; 1)$   | $Q(3; 1)$ $R\left(-\frac{21}{5}; -\frac{7}{5}\right)$                    |
| 180   | Dati i due punti $A(2; 2)$ e $B(5; -2)$ , determina ogni punto $P$ sull'asse $x$ , tale che l'angolo $\widehat{APB}$ sia retto in $P$   | $P_1(1; 0)$ $P_2(6; 0)$  |
| 181   | Verifica che i punti $A(2; 6)$ , $B(-6; 0)$ , $C(-7; 3)$ appartengono alla circonferenza di centro $M(-2; 3)$ e raggio 5  | $MA = MB = MC = 5$   |
| problemi di riepilogo più impegnativi  |   |  |
| 182   | Trova i vertici di un trapezio isoscele con le basi parallele all'asse $x$ sapendo che il vertice superiore destro è il punto $C(10; 7)$ , che la base minore $\overline{CD}$ misura 4, che l'ordinata del vertice inferiore sinistro vale 1 e che l'area misura 33 | $A\left(\frac{9}{2}; 1\right)$ $B\left(\frac{23}{2}; 1\right)$ $D(6; 7)$ |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 183 | Trovare i vertici di un quadrato di area $A = \frac{49}{4}$ sapendo che il vertice inferiore sinistro è il punto $A(1; 1)$ e che i lati sono paralleli agli assi cartesiani                                       | $B\left(\frac{9}{2}; 1\right)$ $C\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$ $D\left(1; \frac{9}{2}\right)$   |
| 184 | Un punto $A$ è equidistante dai punti $P(-3; 1)$ e $Q(-2; 4)$ ; trova le sue coordinate sapendo che l'ascissa è doppia dell'ordinata  | $(2; 1)$   |
| 185 | Determina l'ascissa del punto $A(x; 0)$ in modo tale che formi un triangolo isoscele $ABC$ di base $BC$ con i punti $B(-1; 2)$ e $C(3; 4)$  | $x = \frac{5}{2}$  |
| 186 | Un triangolo isoscele $ABC$ di base $AB$ , con $A(-1; 0)$ e $B(2; 2)$ , ha il vertice $C$ appartenente all'asse $y$ . Determina le coordinate di $C$ , il perimetro e l'area del triangolo                        | $C\left(0; \frac{7}{4}\right)$<br>$perimetro = \frac{\sqrt{65}}{2} + \sqrt{13}$<br>$area = \frac{13}{8}$ |
| 187 | Un parallelogramma $ABCD$ ha due vertici consecutivi in $A(1; 2)$ e $B(7; -1)$ e il punto di intersezione delle diagonali è $P(4; 3)$ . Determina i vertici $C$ e $D$ , il perimetro e l'area del parallelogramma | $C(7; 4)$ $D(1; 7)$<br>$perimetro = 10 + 6\sqrt{5}$<br>$area = 30$                                       |
| 188 | Dati tre vertici di un parallelogramma $A(0; 1)$ , $B(2; 3)$ , e $C(4; -1)$ , determina tutte le possibili posizioni del quarto vertice $D$   | $(-2; 5)$ $(2; -3)$ $(6; 1)$   |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 189 | Nel triangolo $ABC$ i due vertici $A$ e $B$ sono situati sulla retta parallela all'asse $x$ di ordinata 4, mentre il vertice $C$ ha coordinate $(-4; -2)$ . Sapendo che l'ascissa di $A$ vale $-1$ , determina le coordinate di $B$ in modo che l'area del triangolo $ABC$ misuri 15   | $B_1(4; 4) \quad B_2(-6; 4)$  |
| 190 | Sia $A(3; 9)$ , determina le coordinate dei punti $M$ che hanno l'ordinata tripla dell'ascissa e sono tali che:<br>$\frac{MA}{MO} = \frac{3}{4}$   | $(12; 36) \quad \left(\frac{12}{7}; \frac{36}{7}\right)$  |
| 191 | Siano dati i punti $A(0; 0)$ , $B(0; 2)$ . Determina sull'asse $x$ un punto $C$ in modo tale che il triangolo $ABC$ abbia perimetro $6 + 2\sqrt{5}$ . Trova inoltre l'area e il baricentro $G$ del triangolo $ABC$   | $C(4; 0) \quad area = 4 \quad G\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$<br>oppure<br>$C(-4; 0) \quad area = 4$<br>$G\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ |
| 192 | Dati i punti $O(0; 0)$ , $A(3; 2)$ determina sul segmento $OA$ un punto $C$ tale che $OC$ sia medio proporzionale fra $CA$ e $OA$  | $C\left(\frac{3\sqrt{5}-3}{2}; \sqrt{5}-1\right)$   |
| 193 | Siano dati i punti $A(1; 0)$ , $B(4; 0)$ . Determina un punto $C$ in modo che il triangolo $ABC$ sia rettangolo di ipotenusa $AC$ e perimetro $3(3 + \sqrt{5})$ . Calcola poi l'area del triangolo $ABC$   | $C(4; \pm 6) \quad area = 9$  |
| 194 | Dati i punti $A(-1; 1)$ , $B(5; 1)$ , $C(4; 1 + \sqrt{5})$ e $D(0; 1 + \sqrt{5})$ , verifica che il quadrilatero $ABCD$ è un trapezio isoscele e che i triangoli $ADB$ e $ACB$ sono rettangoli. Determina inoltre il perimetro e l'area del trapezio $ABCD$ , e il raggio e il centro della circonferenza circoscritta ad esso | $perimetro = 10 + 2\sqrt{6}$<br>$area = 5\sqrt{5}$<br>$r = 3 \quad (2; 1)$  |

|  |  |  |
|--|--|--|
| 195  | I punti $V_1\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , $V_2(1; \sqrt{3})$ e $V_3(0; \sqrt{3})$ sono tre vertici consecutivi di un esagono regolare. Determina le coordinate degli altri tre vertici $V_4, V_5, V_6$ dell'esagono                      | $V_4\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $V_5(0; 0)$ $V_6(1; 0)$ |
| 196  | Una circonferenza è tangente a entrambi gli assi coordinati e passa per il punto $A(4; 2)$ . Determina il centro $C$ e il raggio $r$ della circonferenza   | $C_1(2; 2)$ $r_1 = 2$<br>$C_2(10; 10)$ $r_2 = 10$                          |
| problemi con parametri  |  |  |
| 197  | Dati i punti $A(-10k - 6; 3h + 7)$ $B(8k - 10; 10h - 10)$ trova i valori che è necessario assegnare ad $h$ e $k$ affinché il punto medio di $AB$ sia $M\left(-\frac{4}{5}; -\frac{9}{7}\right)$  | $h = \frac{3}{91}$ $k = -\frac{36}{5}$                                     |
| 198  | Dati i punti $A(-9k - 8; 5h + 3)$ e $B(10 - 3k; 6h - 7)$ , trova i valori di $h$ e $k$ affinché il punto medio di $AB$ sia $M\left(-\frac{10}{7}; -8\right)$   | $h = -\frac{12}{11}$ $k = \frac{17}{42}$                                   |
| 199  | Dati i punti $A(5k - 2; 6k - 7)$ e $B(6 - 7k; k + 8)$ , trova il valore di $k$ affinché il punto medio di $AB$ appartenga alla bisettrice del primo e terzo quadrante  | $k = \frac{1}{3}$  |
| 200  | Dati i punti $A\left(-\frac{5k}{4} - \frac{7}{5}; \frac{7k}{5} + \frac{7}{6}\right)$ e $B\left(k + 1; \frac{k}{5} - \frac{5}{4}\right)$ , trova il valore di $k$ affinché il punto medio di $AB$ appartenga alla bisettrice del secondo e quarto quadrante | $k = \frac{29}{81}$  |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 201 | Dati i punti $A(-4; -7)$ , $B(2; 1)$ e $C(k + 3; -k + 1)$ , determina $k$ in modo che il triangolo $ABC$ abbia area 10  | $k = -2 \quad = \frac{6}{7}$   |
| 202 | Dati i punti $A(-1; 5)$ , $B(k^2 - 1; k(1 - k))$ e $C(1; 3)$ , determina $k$ in modo che il triangolo $ABC$ abbia area 20   | $k = -15 \quad k = 25$   |
| 203 | Dati i punti $A\left(-\frac{7}{3}; -3k - \frac{7}{3}\right)$ , $B\left(\frac{4}{3}; -k - 4\right)$ , trova il valore di $k$ affinché il punto medio di $AB$ disti 1 dall'origine degli assi coordinati  | $k = -\frac{19}{12} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$  |
| 204 | Dati i punti $A\left(-8k; \frac{5}{6} - 4k\right)$ , $B\left(6k + \frac{2}{3}; -10k - 3\right)$ e $C\left(-8k - \frac{1}{3}; \frac{1}{10} - 4k\right)$ , trova il valore di $k$ affinché i segmenti $AB$ e $BC$ abbiano la stessa lunghezza                               | $k = \frac{1019}{120}$   |
| 205 | Dati i punti $A\left(\frac{1}{3}; 8 - 6k\right)$ , $B\left(5k - 1; k - \frac{4}{9}\right)$ e $C\left(\frac{9}{5} - 2k; 2k + \frac{4}{5}\right)$ , è possibile trovare un valore di $k$ tale che i segmenti $AB$ e $CA$ abbiano la stessa lunghezza? Si motivi la risposta | No   |
| 206 | Dati i punti $A\left(-7k - 2; -9k - \frac{1}{2}\right)$ e $B\left(3k; 6k + \frac{1}{2}\right)$ , trova i valori di $k$ tali che la lunghezza di $AB$ sia minore di $\sqrt{5}$   | $-\frac{14}{65} < k < 0$   |
| 207 | Dati i punti $A\left(6k - \frac{5}{2}; k + \frac{1}{2}\right)$ e $B\left(-k - \frac{5}{3}; 2k + \frac{2}{3}\right)$ , trova i valori di $k$ tali che la lunghezza di $AB$ sia maggiore di $\frac{1}{2}$   | $k < \frac{17}{150} - \frac{\sqrt{34}}{100} \vee k > \frac{17}{150} + \frac{\sqrt{34}}{100}$ |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 208 | Dati i punti $A(5; 1)$ , $B(-2; 1)$ e $C(3; k^2 + 4)$ , determinare $k$ in modo che il triangolo $ABC$ abbia area 14  | $k = \pm 1$                                |
| 209 | Dati i punti $A\left(2k - \frac{5}{9}; \frac{3}{5} - 3h\right)$ , $B\left(\frac{k}{8} + \frac{1}{4}; \frac{4h}{5} + \frac{7}{10}\right)$ e $C\left(\frac{k+6}{10}; \frac{h}{5} + 8\right)$ , si trovino i valori da assegnare a $k$ e $h$ affinché il baricentro del triangolo $ABC$ sia $G\left(\frac{1}{6}; -\frac{7}{10}\right)$               | $k = \frac{74}{801}$ $h = \frac{57}{10}$   |
| 210 | Dati i punti $A\left(\frac{k}{3} + 3; \frac{h}{2} - \frac{3}{4}\right)$ , $B\left(\frac{3h}{2} - \frac{4}{5}; -2k - \frac{1}{2}\right)$ e $C\left(\frac{2k}{3} - 5; -2h - \frac{5}{2}\right)$ si trovino i valori da assegnare a $k$ e $h$ affinché il baricentro del triangolo $ABC$ sia $G\left(-\frac{4}{5}; \frac{1}{6}\right)$               | $k = -\frac{93}{20}$ $h = \frac{101}{30}$  |
| 211 | Dati i punti $A\left(\frac{5k}{2}; \frac{5h}{3} + \frac{65}{21} - \frac{3k}{10}\right)$ , $B\left(\frac{1}{3} - \frac{7h}{2}; \frac{k}{5} - 5\right)$ e $C\left(-\frac{2k+19}{5}; \frac{4h}{3} + \frac{1}{5}\right)$ , si trovino i valori da assegnare a $k$ e $h$ affinché il baricentro del triangolo $ABC$ sia $G\left(\frac{7}{2}; 1\right)$ | $k = \frac{206}{21}$ $h = \frac{199}{105}$ |
| 212 | Dati i punti $A(-k - 4; 3)$ , $B\left(-\frac{3}{7}; -k - 7\right)$ e $C\left(-\frac{1}{6}; -4\right)$ , si trovino i valori di $k$ per i quali $ABC$ risulta un triangolo isoscele di vertice $C$   | $k = -\frac{1606}{49}$                     |
| 213 | Dati i punti $A(1 - k; -10)$ , $B\left(-\frac{1}{3}; -6k - 2\right)$ e $C\left(3; -\frac{3}{4}\right)$ , si trovino i valori di $k$ per i quali $ABC$ risulta un triangolo isoscele di vertice $C$  | $k = \frac{4}{3}$ $k = \frac{173}{105}$    |
| 214 | Dati i punti $A(3 - 2k; 5h + 3)$ , $B(4; -1)$ e $C(-4k - 5; -3)$ , si trovino i valori di $k$ e $h$ per i quali $ABC$ risulta un triangolo equilatero   | Impossibile                                |

|   |  |   |
|---|--|---|
| 215   | Dati i punti $A\left(6; -\frac{3}{5}\right)$ , $B(-2k - 3; -5h - 1)$ e $C(2 - 3k; -5h - 1)$ , si trovino i valori di $k$ e $h$ per i quali $ABC$ risulta un triangolo equilatero   | $k = -\frac{13}{5}$ $h = -\frac{2 \pm 19\sqrt{3}}{25}$  |
| 216   | Determina per quali valori di $h$ il segmento che congiunge i punti $A(2; 1 + h)$ e $B\left(\frac{h}{2}; 0\right)$ misura 5  | $h = \pm 4$   |
| 217   | Determina $k$ e $h$ in modo che il punto $A(k; h)$ sia equidistante da $P(-4; 0)$ , $Q(0; 3)$ e $R(1; 0)$  | $k = -\frac{3}{2}$ $h = \frac{5}{6}$  |
| 218   | Determina i valori di $a$ e $b$ affinché il triangolo di vertici $A(2a + 1; 3)$ , $B(4a; 2b)$ , $C(-1; b + 6)$ abbia come baricentro il punto $G(3; 3)$  | $a = \frac{3}{2}$ $b = 0$   |
| <b>problemi con parametri più impegnativi</b>  |  |   |
| 219   | Dati i punti $A\left(k + \frac{73}{90}; \frac{7}{9} - 10k\right)$ e $B\left(7k + \frac{91}{90}; \frac{113}{180} - 2k\right)$ , si trovino quei valori di $k$ tali che la lunghezza di $AB$ sia compresa tra 1 e 2.   | $-\frac{\sqrt{31}}{40} \leq k \leq -\frac{\sqrt{15}}{40}$ $\vee$<br>$\frac{\sqrt{15}}{40} \leq k \leq \frac{\sqrt{31}}{40}$ |
| 220   | Dati punti $A\left(\frac{k-9h}{2} - \frac{8}{3}; h - \frac{k}{2} - \frac{4}{3}\right)$ , $B\left(\frac{7-k}{3} + \frac{h}{4}; -\frac{4k}{5} - \frac{1}{2}\right)$ e $C\left(\frac{4h}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2k}{7}; h - 4 - \frac{2k}{7}\right)$ e $D\left(\frac{4}{3}; -7\right)$ , si trovino i valori di $k$ e $h$ per i quali $ABCD$ risulta un parallelogramma | $k = \frac{385}{339}$ $h = -\frac{370}{339}$  |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 221 | Dati i punti $A\left(\frac{6k}{5} + 1; \frac{3}{2} - \frac{2h}{3}\right)$ , $B\left(2h - \frac{4}{5}; -2 - \frac{3k}{2}\right)$ , $C\left(\frac{2k-1}{5}; 1\right)$ e $D\left(\frac{3}{2} - \frac{h}{3}; -\frac{k}{4} - 1\right)$ si trovino i valori di $k$ e $h$ per i quali $ABCD$ risulta un parallelogramma | $k = -\frac{182}{37}$ $h = -\frac{345}{74}$   |
| 222 | Dati i punti $A(5k - 5; 2h - 9)$ , $B(-10q - 10; -\frac{5}{3})$ , $C(\frac{1}{3}; 8q + 10)$ e $D(2; 8 - k)$ , si trovino i valori di $h$ , $k$ e $q$ per i quali $ABCD$ risulta un rombo   | $h_1 = \frac{23}{4}$ $h_2 = \frac{291}{32}$<br>$k_1 = \frac{7}{6}$ $\vee$ $k_2 = \frac{163}{48}$<br>$q_1 = -\frac{11}{12}$ $q_2 = -\frac{65}{32}$ |
| 223 | Trova per quali valori di $k$ il punto $A(2 -  k ; \frac{1-2k}{k^2-4})$ appartiene al primo quadrante  | $\frac{1}{2} \leq k < 2$  |
| 224 | Sia dato il punto $P(\sqrt{b-1}; \frac{b}{2} - 1)$ , trova per quali valori di $b$ il punto $P$ è interno al quadrato che ha i lati paralleli agli assi cartesiani e ha due vertici di coordinate $(-1; 0)$ e $(3; 4)$   | $2 < b < 10$  |
| 225 | Calcola per quali valori di $c$ il punto $R( c+1 ; c-4)$ appartiene alla striscia individuata dalle rette parallele all'asse $y$ passanti per $P(-2; 0)$ e $Q(4; 0)$   | $-5 \leq c \leq 3$  |
| 226 | Dati i punti $P(2k - 1; 2)$ e $Q(3; 2k + 5)$ , determina il valore del parametro $k$ in modo tale che il punto medio del segmento $PQ$ abbia ascissa doppia dell'ordinata  | $k = -6$  |
| 227 | Determina il valore di $k$ che rende <b>pari</b> la funzione<br>$y = \frac{4}{ x - k - 2 }$  | $k = -2$  |

## problemi con traslazioni e simmetrie



|     |   |  |
|-----|---|--|
| 228 | <p>Considera il segmento di estremi <math>A(-2; -4)</math> e <math>B(-7; 3)</math>.<br/>           Determina le coordinate del punto <math>M'</math> trasformato del punto medio <math>M</math> di <math>AB</math> nella traslazione di vettore <math>\vec{v}</math> di componenti 5 e <math>-2</math></p>  | $M' \left( \frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right)$  |
| 229 | <p>Calcola le coordinate del baricentro <math>G'</math> del triangolo <math>A'B'C'</math> trasformato del triangolo di vertici <math>A(-5; 8)</math>, <math>B(-1; 2)</math>, e <math>C(-5; -2)</math> nella traslazione di vettore <math>\vec{v}(5; -2)</math></p>  | $G' \left( \frac{4}{3}; \frac{2}{3} \right)$   |
| 230 | <p>Determina il perimetro e l'area della figura ottenuta applicando al rettangolo di vertici <math>A(2; 1)</math>, <math>B(9; 1)</math>, <math>C(9; 6)</math> e <math>D(2; 6)</math> la traslazione di vettore <math>\vec{v} \left( -\frac{9}{2}; -\frac{12}{5} \right)</math></p>  | $\begin{aligned} \text{perimetro} &= 24 \\ \text{area} &= 35 \end{aligned}$                          |
| 231 | <p>Dopo aver trovato l'equazione della curva simmetrica di quella di equazione <math>4y = x^2 - 4</math> rispetto all'asse <math>x</math>, individua le coordinate dei punti uniti della trasformazione</p>   | $(\pm 2; 0)$   |
| 232 | <p>Determina il valore del parametro <math>k</math> per cui la curva di equazione <math>y = \frac{x^4 - x^2 + 5}{kx}</math> è simmetrica rispetto all'asse <math>y</math></p>   | $\nexists k \in \mathbb{R}$  |
| 233 | <p>Scrivi l'equazione della curva simmetrica rispetto all'origine di quella di equazione <math>5x + y - 4 = 0</math></p>  | $y = -5x - 4$  |
| 234 | <p>Determina le coordinate del punto <math>P'</math> simmetrico di <math>P(3; 1)</math> rispetto all'origine e poi le coordinate di <math>P''</math> traslato di <math>P'</math> secondo il vettore <math>\vec{v}(8; -2)</math>. Determina quindi le equazioni della trasformazione composta che fa corrispondere il punto <math>P''</math> al punto <math>P</math></p> | $\begin{aligned} P''(5; -3) \\ \begin{cases} x'' = -x + 8 \\ y'' = -y - 2 \end{cases} \end{aligned}$ |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 235 | <p>Al segmento <math>AB</math> di estremi <math>A(-6; -3)</math> e <math>B(-4; 2)</math> applica la traslazione <math>\tau</math> di vettore <math>\vec{v}(4; 1)</math> e successivamente la simmetria <math>\sigma</math> rispetto all'asse <math>y</math>. Determina poi le equazioni della trasformazione composta <math>\sigma_y \circ \tau</math></p>  | $\begin{cases} x'' = -x - 4 \\ y'' = y + 1 \end{cases}$  |
| 236 | <p>Dati i punti <math>A(3; 6)</math>, <math>B(6; 4)</math> e <math>C(8; 10)</math>, siano <math>A'</math>, <math>B'</math>, <math>C'</math> i punti simmetrici di <math>A</math>, <math>B</math> e <math>C</math> rispetto all'asse delle ordinate. Calcola l'area e il perimetro del poligono <math>ABB'A'C'C</math></p>   | $\begin{aligned} \text{area} &= 62 \\ \text{perimetro} &= 2(14 + \sqrt{13} + \sqrt{41}) \end{aligned}$ |
| 237 | <p>Siano dati i punti <math>A(k + 1; 3)</math> e <math>B(h + 2; k)</math>, determina per quali valori dei parametri <math>k</math> e <math>h</math> il punto <math>B</math> risulta il simmetrico di <math>A</math> rispetto all'origine del sistema di assi cartesiani ortogonali</p>  | $k = -3 \quad h = 0$   |
| 238 | <p>I vertici di un triangolo <math>ABC</math> sono <math>A(3k; 1)</math>, <math>B(1; 1)</math> e <math>C(2; k + 1)</math>. Sia <math>G'</math> il baricentro del triangolo <math>A'B'C'</math> simmetrico di <math>ABC</math> rispetto al punto <math>P(2; 1)</math>. Determina il valore del parametro <math>k</math> affinché:</p> <p>a) Il prodotto delle coordinate di <math>G'</math> sia <math>\frac{5}{3}</math><br/> b) Il baricentro <math>G'</math> coincida con l'origine degli assi</p> | $\begin{aligned} \text{a) } k &= 3 \pm \sqrt{5} \\ \text{b) } k &= 3 \end{aligned}$                    |