

Parabola

scrivere l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ note le seguenti condizioni		
1	$A(1, -1) \quad B(2,1) \quad C(-2,11)$	$y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x$
2	$A(0, -6) \quad B(6,0) \quad C(1,0)$	$y = -x^2 + 7x - 6$
3	$A(-1,1) \quad B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad C(2, -1)$	$y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}$
4	$P(-7,6), \quad Q(1,8), \quad R(-1,2)$	$y = \frac{11}{24}x^2 + 3x + \frac{109}{24}$
5	$P(4,8), \quad Q(-7,7), \quad R(-2,2)$	$y = \frac{2x^2 + 7x + 28}{11}$
6	$P(-1,4), \quad Q(-6, -5), \quad R(-5,4)$	$y = -\left(\frac{9}{5}x^2 + \frac{54}{5}x + 5\right)$
7	$P(10,6), \quad Q(1,4), \quad R(3,10)$	$y = -\frac{25x^2 - 289x + 12}{63}$
8	$P(7,3), \quad Q(2,6), \quad R(-7,9)$	$y = -\frac{2}{105}x^2 - \frac{3}{7}x + \frac{104}{15}$
9	$V(1, -2) \quad F\left(1, -\frac{9}{4}\right)$	$y = -x^2 + 2x - 3$
10	$V\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad P(1,3)$	$y = 2x^2 - 2x + 3$
11	$F\left(3, -\frac{3}{4}\right) \quad P(4,0)$	$y = x^2 - 6x + 8$
12	$V(1,1) \quad F\left(1, \frac{5}{4}\right)$	$y = x^2 - 2x + 2$
13	$F(-1, -1) \quad d: y = 1$	$4y + x^2 + 2x + 1 = 0$
14	$V\left(\frac{1}{2}, \frac{13}{12}\right) \quad , \quad d: y = \frac{11}{6}$	$y = 1 + \frac{x - x^2}{3}$

scrivere l'equazione della parabola del tipo $x = ay^2 + by + c$ note le seguenti condizioni		
15	$A(0,2) \quad B(0,4) \quad C(-1,3)$	$x = y^2 - 6y + 8$
16	$A(4,0) \quad B(1,1) \quad C\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$	$x = 9y^2 - 12y + 4$
17	$A(-1, -2) \quad B(4,2) \quad C(3,6)$	$x = -\frac{3}{16}y^2 + \frac{5}{4}y + \frac{9}{4}$
18	$P\left(-\frac{1}{2}, 1\right), \quad Q(-1,0), \quad R\left(-\frac{3}{10}, 7\right)$	$x = -\frac{y^2}{15} + \frac{17}{30}y - 1$
19	$P(1, -4), \quad Q(-5,6), \quad R(-1, -9)$	$x = -\frac{y^2}{15} - \frac{7}{15}y + \frac{1}{5}$
20	$V(3,4) \quad F(-1,4)$	$x = -\frac{1}{16}y^2 + \frac{1}{2}y + 2$

21	$V(5,3) \quad P(1,1)$	$x = -y^2 + 6y - 4$
22	$F\left(-\frac{19}{4}, -2\right) \quad P(11,2)$	$x = y^2 + 4y - 1$
23	$V(-1,3) \quad P(0,2)$	$x = y^2 - 6y + 8$
24	$V\left(-2, \frac{1}{4}\right) \quad d: x = -1$	$x = -\frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{8}y - \frac{129}{64}$

trovare le coordinate del vertice, del fuoco e le equazioni della retta direttrice e dell'asse di simmetria delle seguenti parabole

25	$y = x^2 - 4x + 2$	$V(2, -2) ; F\left(2, -\frac{7}{4}\right) ; y = -\frac{9}{4} ; x = 2$
26	$y = x^2 - 8x - 9$	$V(4, -25) ; F\left(4, -\frac{99}{4}\right) ; y = -\frac{101}{4} ; x = 4$
27	$y = 3x^2 + x - 2$	$V\left(-\frac{1}{6}, -\frac{25}{12}\right) ; F\left(-\frac{1}{6}, -2\right) ; y = -\frac{13}{6} ; x = -\frac{1}{6}$
28	$y = -\frac{1}{4}x^2$	$V(0,0) ; F(0, -1) ; y = 1 ; x = 0$
29	$y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x$	$V\left(\frac{5}{3}, -\frac{25}{12}\right) ; F\left(\frac{5}{3}, -\frac{7}{4}\right) ; y = -\frac{29}{12} ; x = \frac{5}{3}$
30	$y = -x^2 + 8$	$V(0,8) ; F\left(0, \frac{31}{4}\right) ; y = \frac{33}{4} ; x = 0$
31	$16y - 111 = 2x - x^2$	$V(1,7) ; F(1,3) ; y = 11 ; x = 1$
32	$4x^2 - y + 9 = 0$	$V(0,9) ; F\left(0, \frac{145}{16}\right) ; y = \frac{143}{16} ; x = 0$
33	$x = 2y^2 - 4$	$V(-4,0) ; F\left(-\frac{31}{8}, 0\right) ; x = -\frac{33}{8} ; y = 0$
34	$x = 6y^2 - 5y + 1$	$V\left(-\frac{1}{24}, \frac{5}{12}\right) ; F\left(0, \frac{5}{12}\right) ; x = -\frac{1}{12} ; y = \frac{5}{12}$
35	$(y + 2)^2 - (x + 5) = 0$	$V(-5, -2) ; F\left(-\frac{19}{4}, -2\right) ; x = -\frac{21}{4} ; y = -2$
36	$(2x - 3)^2 - y = 0$	$V\left(\frac{3}{2}, 0\right) ; F\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{16}\right) ; y = -\frac{1}{16} ; x = \frac{3}{2}$
37	$x = \frac{1}{4}y^2 - 3y + 5$	$V(-4,6) ; F(-3,6) ; x = -5 ; y = 6$
38	$2x + 3y^2 + 4y - 1 = 0$	$V\left(\frac{7}{6}, -\frac{2}{3}\right) ; F\left(1, -\frac{2}{3}\right) ; x = \frac{4}{3} ; y = -\frac{2}{3}$
39	$x = 3y^2 - 6y + 3$	$V(0,1) ; F\left(\frac{1}{12}, 1\right) ; x = -\frac{1}{12} ; y = 1$

Parabola

parabola di equazione $y = ax^2$ oppure $x = ay^2$		
40	Tracciare il grafico della parabola di equazione $y = 2x^2$ determinandone fuoco e direttrice	$F\left(0, \frac{1}{8}\right), \quad y = -\frac{1}{8}$
41	Determinare il valore del parametro a in modo che la parabola di equazione $y = ax^2$ passi per il punto $P(1,3)$	$y = 3x^2$
42	Scrivere l'equazione del luogo dei punti del piano equidistanti dal punto $F\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$ e dalla retta di equazione $x = \frac{1}{4}$	$x = -y^2$
43	Determinare i punti della parabola di equazione $x = \frac{1}{6}y^2$ che hanno coordinate uguali	$(0, 0), (6, 6)$
44	Determinare il valore del parametro a in modo che la parabola di equazione $y = ax^2$ abbia il fuoco nel punto $\left(0, \frac{1}{6}\right)$	$a = \frac{3}{2}$

parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ oppure $x = ay^2 + by + c$		
45	Determinare le coordinate del vertice, del fuoco e l'equazione dell'asse di simmetria e della direttrice della parabola di equazione $y = -2x^2 + 4x - 1$ e rappresentarla in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale	$V(1,1) \quad F\left(1, \frac{1}{8}\right)$ $x = 1, \quad y = \frac{9}{8}$
46	Determinare le coordinate del vertice, del fuoco e l'equazione dell'asse di simmetria e della direttrice della parabola di equazione $x = -\frac{1}{2}y^2 - 2y + \frac{3}{2}$ e rappresentarla in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale	$V\left(\frac{7}{2}, -2\right) \quad F(3, -2)$ $y = -2, x = 4$
47	Scrivere l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , passante per i punti $A(0, 1), B(-1, 6)$ e $C(2, -3)$	$y = x^2 - 4x + 1$
48	Scrivere l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , passante per i punti $A\left(\frac{1}{2}, -1\right), B\left(-\frac{1}{2}, -4\right)$ e $C(1, -1)$	$y = -2x^2 + 3x - 2$
49	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse x , passante per il punto $P(-4, 1)$ e avente il vertice in $V\left(-\frac{23}{12}, \frac{1}{6}\right)$	$x = -3y^2 + y - 2$
50	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , passante per i punti $A(3, 0)$ e $B(2, -3)$ e avente il vertice appartenente alla retta di equazione $y = 2x - 6$	$y = x^2 - 2x - 3$
51	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , che ha il fuoco nel punto $F(1, 3)$ e il vertice nel punto $V(1, 6)$	$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{71}{12}$
52	Determinare l'equazione della parabola che ha per fuoco il punto $F\left(-2, \frac{5}{4}\right)$ e per direttrice la retta di equazione $x = -\frac{9}{4}$	$x = 2y^2 - 5y + 1$
53	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , passante per i punti $A(1, -1)$ e $B(3, -3)$ e avente per direttrice la retta di equazione $y = -\frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$

Parabola

54	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse, di vertice $V\left(-\frac{21}{4}, 3\right)$ che ha per fuoco il punto $F\left(-\frac{39}{8}, 3\right)$	$x = \frac{2}{3}y^2 - 4y + \frac{3}{4}$
----	--	---

tangenti ad una parabola

55	Determinare l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $x = \frac{1}{9}y^2$ e parallela alla retta di equazione $y - 2x - 4 = 0$	$16x - 8y + 9 = 0$
56	Determinare l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = x^2 - 4x$ nel punto $A(1; -3)$	$2x + y + 1 = 0$
57	Determinare l'equazione delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = 2x^2 - 5x + 1$ condotte dal punto $P(-1; 0)$	$x + y + 1 = 0$ $17x + y + 17 = 0$
58	Determinare per quale valore di m la retta di equazione $y = mx + 1$ è tangente alla parabola di equazione $y = 3x^2 - 2x + 1$; determinare anche le coordinate del punto di contatto T	$y = -2x + 1$ $T(0,1)$
59	Determinare l'equazione delle rette tangenti alla parabola di equazione $x = -y^2 + 3y - 2$ condotte dal punto $P(2; 0)$	$x + y - 2 = 0$ $x - 7y - 2 = 0$

60	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate che è tangente alla retta $y = 5x - 15$ nel punto $A(4, 5)$ e passa per il punto $B(3,1)$	$y = x^2 - 3x + 1$
61	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ascisse che passa per i punti $A(-2, 1)$ e $B(-6, -1)$ e che in tale punto è tangente alla retta di coefficiente angolare $m = \frac{1}{8}$	$x = -3y^2 + 2y - 1$
62	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ascisse avente il vertice in $V\left(-\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}\right)$ e tangente alla retta di equazione $x - y - 1 = 0$	$x = y^2 + 3y + 2$
63	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate avente il fuoco in $F\left(\frac{1}{8}, -2\right)$ e tangente alla retta di equazione $9x + y + 6 = 0$	$y = 4x^2 - x - 2$
64	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate che passa per i punti $A(-2, -3)$ e $B(1, -6)$ e che è tangente alla retta di equazione $3x + y + 1 = 0$	$y = -2x^2 - 3x - 1$ $y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{11}{9}x - \frac{41}{9}$

fasci di parabole

65	Dopo aver scritto l'equazione del fascio di parabole con asse parallelo all'asse y, tangenti alla retta di equazioni $y = x - 3$ nel suo punto di ascissa 1, determinare la parabola avente il vertice appartenente alla retta di equazione $4x - 4y - 11 = 0$	$y = kx^2 - (2k - 1)x + k - 3$ $y = x^2 - x - 2$
66	Nel fascio di parabole con asse parallelo all'asse delle ordinate, passanti per i punti $A(2, 2)$ e $B(3, 0)$, determinare la parabola: a) passante per l'origine; b) tangente alla retta di equazione $y = x - 4$; c) avente per asse la retta di equazione $x = 2$	$y = -x^2 + 3x,$ $y = x^2 - 7x + 12$ $y = 9x^2 - 47x + 60$ $y = -2x^2 + 8x - 6$

Parabola

67	Dopo aver analizzato le caratteristiche del fascio di parabole di equazione $y = (k + 3)x^2 + 4kx + 3(k - 1)$ determinare la parabola: a) passante per il punto $(1, -2)$; b) avente il vertice di ascissa nulla; c) tangente alla retta di equazione $y = 8x - 42$	punti base $(-1,0)$ e $(3,24)$ a) $y = \frac{11}{4}x^2 - x - \frac{15}{4}$ b) $y = 3x^2 - 3$ c) $y = 6x^2 + 12x + 6$
68	Nel fascio di parabole individuato dalle due parabole di equazione: $y = x^2 - 3x + 1$ e $y = -2x^2 + x - 5$ determinare la parabola: a) passante per l'origine degli assi; b) tangente alla retta $15x - 3y - 16 = 0$	a) $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{7}{2}x$ b) $y = \frac{5}{3}x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{11}{3}$
69	Determinare l'equazione del luogo geometrico dei vertici delle parabole di equazione $y = kx^2 - (3k - 1)x + 1 - 3k$	$y = \frac{x(x + 2)}{2x - 3}$
70	Dato il fascio di parabole $y = (k + 7)x^2 + (1 - k)x - 8k - 9$, determinare: a) la parabola del fascio passante per il punto $P(-2, -5)$; b) le parabole che intercettano sull'asse delle x un segmento di lunghezza $\frac{\sqrt{43}}{4}$; c) la parabola di vertice $V\left(-\frac{1}{10}, -\frac{32}{5}\right)$	$y = 18x^2 - 10x - 97$ $y = \frac{1}{5}(32x^2 + 8x - 21)$ $y = \frac{1}{97}(32x^2 + 744x + 4303)$ $y = \frac{1}{3}(20x^2 + 4x - 19)$

calcolare l'area della parabola compresa tra le rette assegnate

71	$y = -\frac{7}{6}x^2 + \frac{41}{6}x - 1$, $r: 17x - 3y = 10$ $s: \frac{85}{3}x - 5y = 40$	$A = \frac{343}{18}$
72	$y = -\frac{23}{70}x^2 + \frac{79}{70}x + \frac{4}{7}$, $r: \frac{132}{35}x - 8y = \frac{244}{7}$ $s: 4x - 5y = 7$	$A = \frac{2967}{140}$

calcolare l'area del segmento parabolico compreso tra la parabola e la retta assegnate

73	$y = \frac{5}{16}x^2 + \frac{29}{8}x + \frac{1}{16}$, $x = 2y + 13$	$A = \frac{10}{3}$
74	$y = -\frac{7}{75}x^2 + \frac{2}{15}x - 1$, $y = \frac{3}{5}x - 1$	$A = \frac{35}{18}$
75	$y = \frac{25x^2 - 37x}{126} - \frac{208}{21}$, $8x + 9y + 57 = 0$	$A = \frac{675}{28}$

esercizi di riepilogo

76	Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse x , passante per $A(1; 0)$, per $B(1;-1)$ e ivi tangente alla retta di equazione $x + 5y + 4 = 0$	$x = 5y^2 + 5y + 1$
77	Determinare l'equazione della retta t tangente alla parabola $y = x^2 + 2x + 1$ e parallela alla retta $4x + y + 4 = 0$	$4x + y + 8 = 0$

Parabola

78	Scrivere l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse y , passante per i punti $A(0, -3)$, $B(2, -5)$ e $C(-2, -9)$. Trovare le coordinate dei punti di intersezione della parabola con la retta di equazione $y = -9$ e la misura della corda intercettata dalla parabola	$y = -x^2 + x - 3$ $(-2, 9)$ e $(3, -9)$ 5
79	Determinare l'equazione della parabola, con asse di simmetria parallelo all'asse x , passante per il punto $P(2, 3)$ e avente il vertice in $V(1, 5)$. Inscrivere nella porzione di piano limitata dalla parabola e dall'asse x un rettangolo in cui la base è doppia dell'altezza e determinare l'altezza	$y = -2x^2 + 4x + 3$ $altezza = \frac{\sqrt{41} - 1}{4}$
80	Data la parabola di equazione $y = -2x^2 + x - 1$ determinare: a) i punti di contatto A e B della tangente parallela e della perpendicolare alla retta $y = 3x$, e il punto C di intersezione di tali tangenti; b) l'area del triangolo ABC	a) $A\left(-\frac{1}{2}, -2\right), B\left(\frac{1}{3}, -\frac{8}{9}\right)$ $C\left(-\frac{1}{12}, -\frac{3}{4}\right)$ b) $Area = \frac{125}{432}$
81	Determinare l'equazione della parabola del fascio di equazione $x = (k + 1)y^2 - ky + 3 - k$ tangente alla retta di equazione $x - 3y = 0$	$x = 2y^2 - y + 2$
82	Una parabola con l'asse parallelo all'asse delle y passa per il punto $G(1, 0)$ ed ha il vertice V nel punto $(4, 9)$. Scriverne l'equazione e rappresentarla. La retta passante per $(0, 3)$, e di coefficiente angolare 1, interseca detta parabola in A e B . Da A e B si conducono le perpendicolari all'asse delle x che intersecano l'asse stesso in D e C . Calcolare la misura del perimetro e l'area del quadrilatero $ABCD$	$y = -x^2 + 8x - 7$ $2p = 16 + 3\sqrt{2}$ $Area = \frac{39}{2}$
83	Scrivere l'equazione della parabola tangente in $A(-3; 0)$ all'asse x passante per $B(-1; 4)$ e trovare sull'arco AB un punto P che abbia distanza uguale a 2 dall'asse x	$y = x^2 + 6x + 9$ $P(-3 - \sqrt{2}, 2)$
84	Determinare l'equazione della parabola passante per il punto $P(1, 2)$ e tangente alle rette di equazioni $y = 0$ e $y = -x - \frac{3}{2}$	$y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$
85	Determinare le coordinate del punto comune alle rette tangenti alla parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 2$ condotte nei suoi punti di intersezione con la retta $y = -x$	$\left(-\frac{1}{2}, 5\right)$
86	Data la parabola $y = x^2 - 8x + 5$ condurre la retta parallela all'asse x in modo che la corda intercettata dalla parabola su questa retta sia lunga 4	$y = -7$
87	Dato il fascio di parabole generato dalle parabole di equazione $y = kx^2 - (2k + 1)x + k + 3$, determinare: a) la natura del fascio; b) l'equazione della parabola che passa per l'origine degli assi; c) la parabola del fascio con il vertice appartenente alla bisettrice I-III quadrante	a) <i>parabole tangenti alla retta $y = -x + 3$ nel punto $(1, 2)$</i> b) $y = -3x^2 + 5x$, c) $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{15}{4}$
88	Condurre dal punto $P(-2, 2)$ le tangenti alla parabola di equazione $x = -y^2 - 2y - 3$	$x = -2$ $3x + 36y - 66 = 0$