

## Esercizi e problemi sull'ellisse

## indice

- pag. 2 determinare l'equazione dell'ellisse note alcune condizioni
- pag. 5 determinare la posizione di una retta rispetto all'ellisse
- pag. 5 determinare le equazioni delle rette tangenti ad una ellisse
- pag. 6 problemi relativi a rette tangenti ad una ellisse
- pag. 9 ellisse traslata
- pag. 12 problemi relativi a ellissi traslate
- pag. 13 problemi sui fasci di ellissi
- pag. 15 problemi di riepilogo
- pag. 22 problemi di riepilogo più impegnativi
- pag. 24 esercizi tabulari

Gli esercizi ed i problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

**nota:** in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

scrivere l'equazione di un'ellisse note le seguenti condizioni

1	$a = 3 \quad b = \sqrt{2}$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$
2	$a = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad b = 1$	$\frac{4x^2}{3} + y^2 = 1$
3	$b = 3 \quad c = 7 \quad (a > b)$	$\frac{x^2}{58} + \frac{y^2}{9} = 1$
4	$a = 12 \quad c = 11 \quad (b > a)$	$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{265} = 1$

problemi in cui si chiede di determinare l'equazione di un'ellisse

5	Determinare l'equazione del luogo geometrico dei punti del piano tali che la somma delle distanze dai due punti fissi $P(0; -3)$ e $Q(0; 3)$ è uguale a 10	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{34} = 1$
6	Scrivere in forma canonica l'equazione dell'ellisse $4x^2 + 9y^2 = 36$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
7	Trovare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $P(4; -2)$ e $Q(-1; 5)$	$7x^2 + 5y^2 = 132$
8	Determinare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $(2\sqrt{3}; \frac{3}{2})$ e $(4; 0)$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$
9	Trovare l'equazione dell'ellisse passante per i punti $(\sqrt{3}; \frac{1}{2})$ e $(0; 1)$	$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
10	Determinare l'equazione dell'ellisse che incontra l'asse delle ascisse nel punto $A(\frac{3}{4}; 0)$ e l'asse delle ordinate in $B(0; \frac{9}{5})$	$\frac{16x^2}{9} + \frac{25y^2}{81} = 1$
11	Trovare l'equazione dell'ellisse avente fuoco nel punto $F_1(3; 0)$ e passante per $Q(3; \frac{9}{2})$	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$

12	Trovare l'equazione dell'ellisse avente i fuochi $F_1(-2; 0)$ ed $F_2(2; 0)$ e passante per $A\left(\frac{5\sqrt{2}}{4}; \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$	$\frac{4}{25}x^2 + \frac{4}{9}y^2 = 1$
13	Determinare l'equazione dell'ellisse con un fuoco nel punto $F\left(0; -\frac{1}{7}\right)$	$\frac{x^2}{4} + \frac{49y^2}{197} = 1$
14	Trovare l'equazione dell'ellisse avente i fuochi $F_1(0; 1)$ ed $F_2(0; -1)$ e passante per $A\left(\frac{\sqrt{15}}{4}; \frac{3}{4}\right)$	$\frac{4}{5}x^2 + \frac{4}{9}y^2 = 1$
15	Determinare l'equazione dell'ellisse avente il semiasse maggiore $a$ di lunghezza 6 e passante per il punto $P\left(1; \frac{1}{2}\right)$	$\frac{x^2}{36} + \frac{35y^2}{9} = 1$ $\frac{143}{144}x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$
16	Determinare l'equazione dell'ellisse con gli assi $a = b = \frac{5}{3}$ . Descrivere le caratteristiche della curva che si ottiene	$x^2 + y^2 = \frac{25}{9}$ <i>circonferenza di centro <math>O</math> di raggio <math>\frac{5}{3}</math></i>
17	Trovare l'equazione dell'ellisse che ha il semiasse focale lungo $2\sqrt{3}$ ed eccentricità pari a $\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$
18	Determinare l'equazione dell'ellisse con fuochi sull'asse $x$ che sugli assi cartesiani individua due corde di lunghezza $6\sqrt{2}$ e 6	$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$
19	Trovare l'equazione dell'ellisse che abbia asse focale (sull'asse delle ascisse) pari a 8 ed eccentricità pari a $\frac{4}{5}$	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
20	Determinare l'equazione dell'ellisse passante per il punto $(0; 1)$ e tangente alla retta $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{5}}{2}$	$3x^2 + y^2 = 1$

21	Trovare l'equazione dell'ellisse sapendo che la retta di equazione $2y - 3x - 6 = 0$ passa per un suo fuoco sull'asse $x$ e per un suo vertice sull'asse $y$	$\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$
22	Determinare l'equazione dell'ellisse avente eccentricità pari ad $\frac{1}{4}$ e semiasse maggiore uguale a 2	$\frac{x^2}{4} + \frac{4}{15}y^2 = 1$
23	Determinare l'equazione di un'ellisse avente la somma dei semiassi uguale a 10 e la semi distanza focale uguale a 5	$\frac{16}{625}x^2 + \frac{16}{225}y^2 = 1$
24	Determinare l'equazione di un'ellisse che ha i fuochi sull'asse delle ascisse, semiasse maggiore lungo 6 e distanza focale uguale a 4	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$
25	Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse $y$ sapendo che la somma dei semiassi è 11 e la distanza focale è $2\sqrt{77}$	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{81} = 1$
26	Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate sapendo che la somma degli assi è $24 + 8\sqrt{5}$ e che un vertice ha coordinate $(0; -12)$	$\frac{x^2}{80} + \frac{y^2}{144} = 1$
27	Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ascisse sapendo che la somma degli assi è 16 e che l'eccentricità vale $\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$
28	Determinare l'equazione dell'ellisse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , di eccentricità $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$ e avente il semiasse minore $a = 4$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1$
29	Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse $x$ , centro nell'origine degli assi e passante per il punto $P\left(3; \frac{12}{5}\right)$ sapendo che la distanza focale è 8	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

determinare se la retta e l'ellisse sono secanti, tangenti o esterne, individuando eventuali intersezioni

30	$\frac{(x-3)^2}{36} + \frac{5}{16} \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 1$	$\frac{4x}{3} + 10y = 1$	$A\left(7; -\frac{5}{6}\right)$ $B\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ <i>secanti</i>
31	$63\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{10}\right)^2 = 16$	$7x + \frac{y}{3} = \frac{57}{10}$	$A\left(\frac{5}{6}; -\frac{2}{5}\right)$ $B\left(\frac{2}{3}; \frac{31}{10}\right)$ <i>secanti</i>
32	$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + 4\left(y + \frac{7}{5}\right)^2 = \frac{40}{9}$	$x + 6y = -\frac{17}{15}$	$T\left(\frac{19}{15}; -\frac{2}{5}\right)$ <i>tangenti</i>
33	$\frac{4}{49}x^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{25}$	$4x - 5y = 1$	<i>esterne</i>
34	$25x^2 + 91\left(y - \frac{8}{3}\right)^2 = 25$	$x + \frac{71}{15} = \frac{7y}{5}$	$A\left(-1; \frac{8}{3}\right)$ $B\left(-\frac{3}{10}; \frac{19}{6}\right)$ <i>secanti</i>
35	$16\left(x + \frac{5}{3}\right)^2 + 75\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 57$	$x + 5y = -\frac{53}{12}$	$T\left(-\frac{11}{12}; -\frac{7}{10}\right)$ <i>tangenti</i>
36	$\frac{45}{16}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + 2y = 0$	$5x - \frac{4}{3}y = \frac{5}{2}$	$A\left(\frac{1}{18}; -\frac{5}{3}\right)$ $B\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ <i>secanti</i>
37	$\frac{2}{25}\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{81}\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$	$3x + \frac{5y}{6} = \frac{11}{3}$	$A\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ $B\left(\frac{2}{3}; 2\right)$ <i>secanti</i>
38	$18\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 25\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 27$	$6x + 25y = \frac{27}{2}$	$T\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right)$ <i>tangenti</i>

determinare le tangenti all'ellisse passanti per il punto P e i punti di tangenza

39	$7x^2 + 17y^2 = 768$	$P\left(-12; -\frac{36}{17}\right)$	$49x + 85y = -768$ $A(-7; -5)$ $35x - 17y = -384$ $B(-10; 2)$
40	$3x^2 + y^2 = 28$	$P(-2; -4)$	$3x + 2y + 14 = 0$
41	$x^2 + 3y^2 = 28$	$P\left(-\frac{14}{5}; -\frac{14}{5}\right)$	$2x + 3y = -14$ $A(-4; -2)$ $x + 9y = -28$ $B(-1; -3)$
42	$2x^2 + 3y^2 = 125$	$P\left(\frac{25}{4}; -\frac{25}{6}\right)$	$2x - 3y = 25$ $A(5; -5)$ $14x - 9y = 125$ $B(7; -3)$

43	$7x^2 + 8y^2 = 575$ $P\left(\frac{23}{3}; \frac{23}{2}\right)$	$63x + 8y = 575$ $A(9; 1)$ $64y - 21x = 575$ $B(-3; 8)$
44	$\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 9$ $P(-6; -3)$	$x + y + 9 = 0$
<b>problemi relativi a rette tangenti ad un'ellisse</b>		
45	Scrivere le equazioni delle tangenti condotte dal punto $P(0; 2)$ all'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 = 4$	$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 2$ $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2$
46	Scrivere le equazioni delle rette tangenti all'ellisse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ parallele alla retta di equazione $y = x - 1$	$y = x \pm \sqrt{34}$
47	Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{9} + \frac{2y^2}{9} = 1$ ed il punto $P(9; 0)$ scrivere le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto all'ellisse	$y = \pm \frac{1}{4}(x - 9)$
48	Scrivere l'equazione della tangente all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ nel punto in cui questa interseca la retta $x = -2$ nel terzo quadrante	$2x + 3\sqrt{5}y - 3 = 0$
49	Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{121} + \frac{9y^2}{4} = 1$ determinare la tangente nel vertice positivo dell'asse $x$ . Determinare inoltre l'area del triangolo che si forma tra la tangente e la secante all'ellisse passante per altri due vertici	$x = 11$ $area = \frac{44}{3}$
50	Tramite la formula dello sdoppiamento trovare la tangente all'ellisse di equazione $\frac{9}{64}x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$ nel suo punto di ascissa $x = 0$ e ordinata negativa	$y = -6$

51	Determinare le equazioni delle rette passanti per il punto $Q(1; 2)$ e tangente all'ellisse $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$	$y = \frac{-2 \pm \sqrt{13}}{3}(x - 1) + 2$
52	Scrivere l'equazione della tangente all'ellisse $x^2 + 25y^2 = 36$ nel suo punto di ascissa 5 e ordinata negativa. Calcolare poi l'area del triangolo che si ottiene dall'intersezione di questa retta con gli assi cartesiani	$5x - 5\sqrt{11}y = 36$ $area = \frac{648}{25\sqrt{11}}$
53	Considerata l'ellisse $9x^2 + by^2 - 108x - 6y = 0$ determinare $b$ in modo che la curva sia tangente alla retta $x - 3y + 5 = 0$	$b = \frac{623}{17}$
54	Determinare l'equazione dell'ellisse tangente alla retta $y = \frac{x-20}{6}$ , passante per il punto $P\left(1; -\frac{\sqrt{39}}{2}\right)$ e un vertice nel punto $Q(2\sqrt{10}; 0)$	$\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$
<b>più impegnativi</b>		
55	Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ e il fascio di rette di equazione $y = mx - 4$ , determina i valori del parametro $m$ che corrispondono a rette che: a) intersecano l'ellisse in due punti distinti b) sono tangenti all'ellisse c) sono esterne all'ellisse	a) $m < -1 \vee m > 1$ b) $m = \pm 1$ c) $-1 < m < 1$
56	Date l'ellisse di equazione $4x^2 + y^2 = 4$ e la retta $r$ che stacca sugli assi $x$ ed $y$ due segmenti che, in valore e segno, misurano rispettivamente 8 e $-3$ , determina le equazioni delle tangenti all'ellisse perpendicolari a $r$	$8x + 3y \pm 10 = 0$

57	<p>Sull'ellisse <math>\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1</math>, determina il punto P più vicino alla retta <math>2x - 3y + 25 = 0</math> e calcola la distanza d tra P e questa retta</p>	$P(-3; 2)$ $d = \sqrt{13}$
58	<p>Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse che passa per <math>P\left(1; \frac{4}{3}\right)</math> e <math>Q\left(2; -\frac{\sqrt{10}}{3}\right)</math>, individua nel fascio di centro P, la retta ad essa tangente. Calcola poi l'area del triangolo che tale tangente forma con gli assi cartesiani</p>	$x + 6y - 9 = 0$ $area = \frac{27}{4}$
59	<p>Trova le tangenti all'ellisse di equazione <math>x^2 + 4y^2 = 9</math> che passano per il punto <math>A(9; 0)</math>. Indicati con B e C i punti di tangenza, trova l'area del triangolo ABC</p>	$x \pm 4\sqrt{2}y - 9 = 0$ $area = 8\sqrt{2}$
60	<p>Condurre le tangenti all'ellisse di equazione <math>4x^2 + 9y^2 = 144</math> che passano per i punti <math>A(9; 0)</math> e <math>B(-9; 0)</math> e calcola l'area e il perimetro del rettangolo che ha come vertici i quattro punti di tangenza</p>	$4x \pm 3\sqrt{5}y = 36$ $4x \pm 3\sqrt{5}y = -36$ $area = \frac{64\sqrt{5}}{3}$ $2p = 16 + \frac{16\sqrt{5}}{3}$
61	<p>Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse che passa per <math>P\left(\sqrt{14}; \sqrt{\frac{3}{5}}\right)</math> e che è tangente alla retta <math>t</math> di equazione <math>y = 3</math>, considera le rette <math>r</math> e <math>s</math> del fascio di centro <math>(0; -4)</math> che sono tangenti a tale ellisse. Calcola l'area del triangolo individuato dalle rette <math>r, s</math> e <math>t</math></p>	$\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{9} = 1$ $area = 7\sqrt{105}$



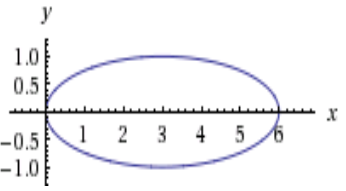
trovare l'equazione dell'ellisse ottenuta traslando quella data tramite il vettore  $v$ 

62	$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$	$v = \left(-\frac{8}{3}; 2\right)$	$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} + \frac{4}{9}x - 2y + \frac{43}{27} = 0$
63	$\frac{36}{7}x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$	$v = (0; -6)$	$\frac{36}{7}x^2 + \frac{y^2}{4} + 3y + 8 = 0$
64	$\frac{x^2}{2} + 13y^2 = 1$	$v = (5; -1)$	$\frac{x^2}{2} + 13y^2 - 5x + 26y + \frac{49}{2} = 0$
65	$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} = 1$	$v = \left(\frac{1}{3}; -6\right)$	$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} - \frac{x}{3} + 2y + \frac{91}{18} = 0$
66	$x^2 + y^2 = 1$	$v = (8; \sqrt{11})$	$x^2 + y^2 - 16x - 2\sqrt{11}y + 74 = 0$
67	$\frac{49}{8}x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$	$v = \left(-\frac{9\sqrt{2}}{7}; -6\right)$	$\frac{49}{8}x^2 + \frac{y^2}{36} + \frac{63\sqrt{2}}{4}x + \frac{y}{3} + \frac{81}{4} = 0$
68	$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$	$v = \left(-\frac{5}{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$	$\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{5}{4}x + 3\sqrt{2}y + \frac{81}{16} = 0$
69	$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$	$v = \left(-2\sqrt{5}; \frac{2\sqrt{15}}{3}\right)$	$x^2 + \frac{y^2}{4} + 4\sqrt{5}x - \frac{\sqrt{15}}{3}y + \frac{62}{3} = 0$
70	$24x^2 + 3y^2 = 1$	$v = \left(0; \frac{5}{\sqrt{3}}\right)$	$24x^2 + 3y^2 - 10\sqrt{3}y + 24 = 0$
71	$\frac{16}{9}x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$	$v = \left(\frac{3\sqrt{5}}{7}; -\frac{9\sqrt{2}}{7}\right)$	$\frac{16}{9}x^2 + \frac{y^2}{2} - \frac{32\sqrt{5}}{21}x + \frac{9\sqrt{2}}{7}y + \frac{16}{7} = 0$
72	$\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{12}y^2 = 1$	$v = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}; \sqrt{19}\right)$	$\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{12}y^2 - \frac{2\sqrt{5}}{3}x - \frac{5\sqrt{19}}{6}y + \frac{91}{12} = 0$
73	$\frac{x^2}{3} + \frac{15}{8}y^2 = 1$	$v = \left(-4; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$	$\frac{x^2}{3} + \frac{15}{8}y^2 + \frac{8}{3}x - \frac{5\sqrt{2}}{4}y + \frac{19}{4} = 0$
74	$x^2 + 9y^2 = 4$	$v = \left(-\sqrt{15}; \frac{2\sqrt{5}}{3}\right)$	$\frac{x^2}{4} + \frac{9}{4}y^2 + \sqrt{15}\left(\frac{x}{2} - \sqrt{3}y\right) + \frac{31}{4} = 0$

75	$\frac{x^2}{6} + \frac{9}{7}y^2 = 1$	$v = (-\sqrt{11}; -\frac{8\sqrt{6}}{9})$	$\frac{x^2}{6} + \frac{9}{7}y^2 + \frac{\sqrt{11}}{3}x + \frac{16\sqrt{6}}{7}y + \frac{97}{14} = 0$
76	$\frac{4}{25}x^2 + \frac{y^2}{144} = 1$	$v = (\sqrt{\frac{63}{8}}; \frac{3\sqrt{11}}{5})$	$\frac{4}{25}x^2 + \frac{y^2}{144} - \frac{6\sqrt{14}}{25}x - \frac{\sqrt{11}}{120}y + \frac{23}{80} = 0$
<i>trovare il vettore <math>v</math> e l'equazione dell'ellisse ottenuta traslando quella data in modo che il suo centro coincida con l'origine</i>			
77	$\frac{17}{16}x^2 + \frac{5}{2}y^2 + \frac{17}{4}x + 2\sqrt{2}y + \frac{81}{20} = 0$	$v = (2; \frac{2\sqrt{2}}{5})$	$\frac{17}{16}x^2 + \frac{5}{2}y^2 = 1$
78	$\frac{x^2}{5} + \frac{5}{12}y^2 + \frac{12}{5}x - \frac{5\sqrt{3}}{3}y + \frac{56}{5} = 0$	$v = (6; -2\sqrt{3})$	$\frac{x^2}{5} + \frac{5}{12}y^2 = 1$
79	$\frac{x^2}{9} + \frac{3}{14}y^2 + \frac{2}{3}x + \frac{18}{7}y + \frac{54}{7} = 0$	$v = (3; 6)$	$\frac{x^2}{9} + \frac{3}{14}y^2 = 1$
80	$\frac{5}{3}x^2 + \frac{y^2}{9} - \frac{5\sqrt{2}}{3}x - \frac{4}{9}y + \frac{5}{18} = 0$	$v = (-\frac{\sqrt{2}}{2}; -2)$	$\frac{5}{3}x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$
81	$\frac{49}{8}x^2 + \frac{y^2}{36} + \frac{63}{2\sqrt{2}}x + \frac{y}{3} + \frac{81}{4} = 0$	$v = (\frac{9\sqrt{2}}{7}; 6)$	$\frac{49}{8}x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$
82	$3x^2 + 5y^2 + 7\sqrt{3}x + 15y + \frac{43}{2} = 0$	$v = (\frac{7\sqrt{3}}{6}; \frac{3}{2})$	$\frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}y^2 = 1$
83	$\frac{7}{9}x^2 + \frac{9}{10}y^2 - \frac{28}{3\sqrt{3}}x - \frac{9\sqrt{5}}{5}y + \frac{77}{6} = 0$	$v = (-2\sqrt{3}; -\sqrt{5})$	$\frac{7}{9}x^2 + \frac{9}{10}y^2 = 1$
84	$\frac{5}{18}x^2 + \frac{y^2}{18} - \frac{10\sqrt{2}}{9}x + \frac{2}{3}y + \frac{29}{9} = 0$	$v = (-2\sqrt{2}; 6)$	$\frac{5}{18}x^2 + \frac{y^2}{18} = 1$
85	$\frac{17}{3}x^2 + \frac{5}{4}y^2 - \frac{68}{\sqrt{3}}x - 5y + 72 = 0$	$v = (-2\sqrt{3}; -2)$	$\frac{17}{3}x^2 + \frac{5}{4}y^2 = 1$
86	$\frac{2}{45}x^2 + \frac{25}{9}y^2 + \frac{2\sqrt{10}}{15}x - \frac{50\sqrt{3}}{27}y + \frac{25}{27} = 0$	$v = (\frac{3\sqrt{10}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3})$	$\frac{2}{45}x^2 + \frac{25}{9}y^2 = 1$
87	$\frac{4}{9}x^2 + \frac{20}{81}y^2 - \frac{8\sqrt{7}}{27}x + \frac{160}{81}y + \frac{89}{27} = 0$	$v = (-\frac{\sqrt{7}}{3}; 4)$	$\frac{4}{9}x^2 + \frac{20}{81}y^2 = 1$

88	$x^2 + 18y^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{9\sqrt{7}}{2}y + \frac{5}{32} = 0$	$v = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}; -\frac{\sqrt{7}}{8}\right)$	$\frac{x^2}{2} + 9y^2 = 1$
89	$\frac{5}{72}x^2 + \frac{y^2}{18} + \frac{\sqrt{5}}{6}x - \frac{y}{3} - 1 = 0$	$v = \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; -3\right)$	$\frac{5}{144}x^2 + \frac{y^2}{36} = 1$
90	$\frac{4}{9}x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{8\sqrt{17}}{9}x + y + \frac{68}{9} = 0$	$v = (-\sqrt{17}; 2)$	$\frac{4}{9}x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$
91	$\frac{x^2}{49} + 16y^2 + \frac{2\sqrt{5}}{21}x - 8y - \frac{67}{9} = 0$	$v = \left(\frac{7\sqrt{5}}{3}; -\frac{1}{4}\right)$	$\frac{x^2}{441} + \frac{16}{9}y^2 = 1$
<b>determinare i fuochi e l'eccentricità delle seguenti ellissi traslate</b>			
92	$x^2 - 12x + 4y^2 + 72y + 359 = 0$	$F_1\left(6 - \frac{\sqrt{3}}{2}; -9\right)$ $F_2\left(6 + \frac{\sqrt{3}}{2}; -9\right)$ $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$	
93	$\frac{x^2 - 14x}{18} + \frac{y^2 + 2y}{50} + \frac{167}{225} = 0$	$F_1(7; -9)$ $F_2(7; 7)$ $e = \frac{4}{5}$	
94	$\frac{9x}{2}\left(1 + \frac{x}{2}\right) + \frac{4y^2}{25} + \frac{5}{4} = 0$	$F_1\left(-1; -\frac{\sqrt{209}}{6}\right)$ $F_2\left(-1; \frac{\sqrt{209}}{6}\right)$ $e = \frac{\sqrt{209}}{15}$	
95	$x^2 + y^2 - 4x - 16y + 67 = 0$	$F(2; 8)$ centro della circonferenza $e = 0$	
96	$\frac{x^2 + 6x}{49} + \frac{y^2 - 16y}{81} = \frac{104}{3969}$	$F_1(-3; 8 - 4\sqrt{2})$ $F_2(-3; 8 + 4\sqrt{2})$ $e = \frac{4\sqrt{2}}{9}$	
97	$\frac{36}{5}\left(\frac{x^2}{5} - 2x\right) + y^2 + 16y + 99 = 0$	$F_1\left(5; -8 - \frac{\sqrt{11}}{6}\right)$ $F_2\left(5; -8 + \frac{\sqrt{11}}{6}\right)$ $e = \frac{\sqrt{11}}{6}$	

## problemi in cui si chiede di determinare l'equazione di ellissi traslate

98	Considerato il grafico a lato, scrivere l'equazione dell'ellisse rappresentata ed individuare le sue caratteristiche principali		$\frac{(x-3)^2}{9} + y^2 = 1$ $C(3; 0)$ $F_{1,2} = (3 \pm 2\sqrt{2}; 0)$ $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
99	Scrivere l'equazione dell'ellisse traslata con il centro sulla retta $x = 3$ che ha un fuoco nel punto $F(3 - \sqrt{3}; -1)$ , un vertice nel punto di intersezione tra la retta $y = 2x - 6$ e la curva $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$	$\frac{(x-3)^2}{4} + (y+1)^2 = 1$	
100	Determinare l'equazione dell'ellisse traslata (con $a < b$ ), che ha un fuoco nel punto $P(7; 13)$ , $b = 12$ e distanza focale uguale a 16	$\frac{(x-7)^2}{80} + \frac{(y-5)^2}{144} = 1$	
101	Scrivere l'equazione dell'ellisse traslata (con $a < b$ ) che ha centro nel punto $P(-3; 1)$ , $a = 5$ , un fuoco sulla retta $x = -3$ ed eccentricità $e = \frac{1}{3}$	$\frac{(x+3)^2}{25} + \frac{8(y-1)^2}{225} = 1$	
102	Determinare l'equazione dell'ellisse traslata in $(x_0; y_0)$ sapendo che il rapporto tra i semiassi è $\frac{2}{3}$ , che la loro somma è 15, che il centro appartiene alla retta $y = x + 1$ e che ha un vertice nel punto $V(7; 2)$	$\frac{(x-1)^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{81} = 1$	
103	Scrivi l'equazione dell'ellisse ottenuta dall'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ mediante la traslazione di vettore $\vec{v}(-1; 1)$ ; scrivi le coordinate dei fuochi dell'ellisse traslata	$x^2 + 2y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ $F_1(0; 1)$ $F_2(-2; 1)$	
104	Scrivi l'equazione dell'ellisse di eccentricità $\frac{\sqrt{10}}{4}$ che ha centro in $O'(1; -3)$ e che ha i fuochi sulla retta $x = 1$ , distanti tra loro $2\sqrt{5}$	$\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y+3)^2}{8} = 1$	

105	<p>Una traslazione di vettore <math>\vec{v} (a; b)</math> fa corrispondere l'origine del sistema di riferimento al vertice di ascissa maggiore dell'ellisse di equazione <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1</math>.</p> <p>Determina le componenti del vettore e l'equazione dell'ellisse traslata</p>	$a = 5$ $b = 0$ $4x^2 + 25y^2 - 40x = 0$
106	<p>Determina l'equazione dell'ellisse che ha gli assi coordinati come assi di simmetria, i fuochi sull'asse delle ascisse, semiasse maggiore uguale a 4 e eccentricità uguale a <math>\frac{2}{3}</math>. Scrivi poi l'equazione dell'ellisse corrispondente alla data in una traslazione di vettore <math>\vec{v} (3; 2)</math></p>	$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{9(y-2)^2}{80} = 1$
107	<p>Determina l'equazione dell'ellisse con centro di simmetria nell'origine degli assi coordinati, passante per i punti <math>P(-6; 0)</math> e <math>Q(0; 4)</math>. Scrivi poi l'equazione della sua trasformata nella traslazione di vettore <math>\vec{v} (1; 0)</math>. Considerato il punto <math>T</math> di ascissa 4 e ordinata positiva dell'ellisse traslata, scrivi l'equazione della retta ad essa tangente in <math>T</math></p>	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ $T(4; 2\sqrt{3})$ $2x + 3\sqrt{3}y - 26 = 0$
<b>problemi sui fasci di ellissi</b>		
108	<p>Scrivere l'equazione del fascio di ellissi con un fuoco nel punto <math>F (-3; 0)</math></p>	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 9} = 1$ <p>con <math>a \in \mathbb{R} - \{0; \pm 3\}</math></p>
109	<p>Determinare l'equazione del fascio di ellissi tale che l'asse maggiore <math>2a</math> sia sempre un multiplo di 5, e il semiasse minore <math>b</math> sia uguale a 3</p>	$\frac{4x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{9} = 1$

110	<p>Considerato il fascio di ellissi descritto dall'equazione</p> $\frac{x^2}{k+2} + \frac{y^2}{3-k} = 1$ <p>determinare il valore di <math>k</math> tale che l'equazione:</p> <p>a) rappresenti una ellisse  b) rappresenti una ellisse con i fuochi sull'asse <math>x</math>  c) rappresenti una ellisse con i fuochi sull'asse <math>x</math> e abbia eccentricità <math>e = \frac{\sqrt{2}}{2}</math>  d) passi per il punto <math>P \left(0; \frac{5}{3}\right)</math></p>	<p>a) <math>-2 &lt; k &lt; 3</math>  b) <math>\frac{1}{2} &lt; k &lt; 3</math>  c) <math>k = \frac{4}{3}</math>  d) <math>k = \frac{2}{9}</math></p>
111	<p>Determinare i valori di <math>k</math> affinché l'ellisse di equazione:  <math>kx^2 + 16y^2 = 49</math> :</p> <p>a) abbia i fuochi sull'asse <math>x</math>  b) abbia i fuochi sull'asse <math>y</math>  c) abbia distanza focale uguale a <math>2\sqrt{\frac{7}{6}}</math>  d) degeneri in una circonferenza</p>	<p>a) <math>0 &lt; k &lt; 16</math>  b) <math>k &gt; 16</math>  c) <math>k = \frac{336}{29}</math>  d) <math>k = 16</math></p>
112	<p>Considerato il fascio di ellissi <math>\frac{(x+k)^2}{12+2k} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1</math>  determinare il parametro <math>k</math> in modo che l'equazione rappresenti:</p> <p>a) una ellisse con vertice nel punto <math>Q(-1; -1)</math>  b) una ellisse con <math>a = \frac{\sqrt{11}}{11}</math>  c) una iperbole  d) una circonferenza</p>	<p>a) <math>k = 1</math>  b) <math>k = \frac{\sqrt{11}}{22} - 6</math>  c) mai  d) <math>k = \frac{13}{2}</math></p>
113	<p>Considerato il fascio di ellissi <math>\frac{x^2}{k} + \frac{3y^2}{k+1} = 1</math>  determinare i valori di <math>k</math> per cui tali ellissi creano sull'asse <math>x</math> ed <math>y</math> una corda di lunghezza 10</p>	<p>asse <math>x</math> <math>k = 25</math>  asse <math>y</math> <math>k = 74</math></p>
114	<p>Data l'ellisse di equazione <math>x^2 + 16y^2 = 16</math>, determina per quali valori di <math>k</math> le rette del fascio di equazione <math>y = 2x + k</math> intersecano l'ellisse</p>	<p><math>\sqrt{65} \leq k \leq \sqrt{65}</math></p>

115	Dopo aver trovato i valori di $k$ affinché l'equazione $\frac{x^2}{4k+4} + \frac{y^2}{3+k} = 1$ rappresenti un'ellisse, determina quello corrispondente all'ellisse passante per il punto $(2; \sqrt{2})$	$k > -1$ $k = 1$
116	Determina i valori del parametro $k$ affinché l'equazione $\frac{x^2}{2k-1} + \frac{y^2}{5k+2} = 1$ : a) sia un'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate b) abbia un fuoco di coordinate $(0; 3)$ c) abbia un vertice di coordinate $(-3; 0)$ d) abbia eccentricità $\sqrt{\frac{6}{7}}$	a) $k > \frac{1}{2}$ b) $k = 2$ c) $k = 5$ d) $k = 1$
117	Considera l'equazione $(k + 2)x^2 - ky^2 = 1$ e trova per quali valori di $k$ si ha: a) un'ellisse b) una circonferenza c) un'ellisse con i fuochi sull'asse $x$ e un'ellisse con i fuochi sull'asse $y$ d) un'ellisse con un fuoco di coordinate $(1; 0)$ . Posto $k = -\frac{1}{4}$ , trova i vertici del quadrato inscritto nell'ellisse	a) $-2 < k < 0$ b) $k = -1$ c) $-2 < k < -1$ $-1 < k < 0$ d) $k = -\sqrt{2}$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
<b>problemi di riepilogo</b>		
118	Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse passante per i punti di coordinate $(2\sqrt{3}; -1)$ e $(\sqrt{15}; \frac{1}{2})$ , calcola la lunghezza della corda che la retta di equazione $y = 1$ stacca su di essa	$4\sqrt{3}$
119	Sull'ellisse $9x^2 + 25y^2 = 225$ , trova i punti la cui distanza dal fuoco di destra è 4 volte la distanza dal fuoco di sinistra	$\left(-\frac{15}{4}; \pm \frac{3}{4}\sqrt{7}\right)$

120	Scrivi l'equazione dell'ellisse simmetrica rispetto agli assi coordinati i cui fuochi si trovano sull'asse $x$ , passa per il punto $P(-4; \sqrt{21})$ ed ha eccentricità $e = \frac{3}{4}$	$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{28} = 1$
121	Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha gli estremi dell'asse maggiore nei punti $(\pm 4, 0)$ e l'eccentricità uguale a $\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$
122	Un'ellisse con centro in $O(0,0)$ e con i fuochi sull'asse delle $x$ passa per il punto $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$ e ha eccentricità uguale $e = \frac{1}{2}$ . Trovare l'equazione dell'ellisse e la distanza del fuoco di ascissa positiva della tangente all'ellisse in $P$	$3x^2 + 4y^2 = 12$ $d = \frac{3\sqrt{5}}{5}$
123	Siano $A$ e $B$ i punti di intersezione dell'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ con la retta di equazione $y = 2x + 1$ . Detto $A_1$ il vertice dell'ellisse di ascissa positiva, calcolare la misura dell'area del triangolo $ABA_1$	$A(0,1)$ $B\left(-\frac{16}{17}, -\frac{15}{17}\right)$ $area = \frac{40}{17}$
124	Dal punto $(-4, 2)$ condurre le tangenti all'ellisse $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$	$y - 2 = \frac{-8 \pm \sqrt{43}}{7}(x + 4)$
125	Trovare per quali valori di $k$ la retta $y = x + k$ risulta tangente all'ellisse $2x^2 + y^2 = 2$	$k = \pm\sqrt{3}$
126	Trovare per quali valori $b^2$ l'ellisse $b^2x^2 + y^2 = b^2$ risulta tangente alla retta $x - 2y = 2$	$b^2 = \frac{3}{4}$



127	Trovare per quali valori di $a^2$ l'ellisse $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ è tangente alla retta $3y + 2x = 6$	$a^2 = \frac{27}{4}$
128	Determina la traiettoria del punto mobile P la cui distanza dalla retta $x = 9$ è sempre il triplo della distanza dal punto $A(3; 0)$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$
129	Determina i punti dell'ellisse $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ la cui distanza dal fuoco di ascissa positiva è 14	$(-5; \pm 3\sqrt{3})$
130	Determina le coordinate dei punti di intersezione dell'ellisse, con i fuochi sull'asse $x$ , i cui assi misurano $2\sqrt{52}$ e $2\sqrt{13}$ , con la retta di equazione $x - 2y + 2 = 0$	$A(4; 3) \quad B(-6; -2)$
131	Determina le coordinate dei punti di intersezione dell'ellisse di assi 10 e 8 con la retta di equazione $3x + 5y - 15 = 0$	$A\left(-\frac{7}{5}; \frac{96}{25}\right) \quad B(5; 0)$
132	L'ellisse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ha eccentricità $\frac{4}{5}$ e asse minore $2b = 12$ . Determina l'equazione della curva e trova le coordinate dei punti $P$ e $Q$ di intersezione tra la curva e la retta $2x - 5y + 2 = 0$	$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ $P\left(8; \frac{18}{5}\right) \quad Q\left(-\frac{112}{13}; -\frac{198}{65}\right)$
133	Date l'ellisse $9x^2 + 25y^2 = 225$ e la retta $y = -\frac{x}{2}$ , determina la misura della corda intercettata sulla retta dall'ellisse	$30\sqrt{\frac{5}{61}}$

134	Nel fascio di rette parallele all'asse delle ascisse, determina le rette sulle quali l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{12} = 1$ stacca una corda di lunghezza $\sqrt{2}$	$y = \pm 3$
135	Data l'ellisse $x^2 + 4y^2 = 4$ , calcola l'area del quadrato che ha i vertici sui punti di intersezione dell'ellisse con le bisettrici dei quadranti	$area = \frac{16}{5}$
136	Data l'ellisse di equazione $x^2 - 6x + 8y^2 - 136y + 569 = 0$ , determinare le rette tangenti ai suoi punti di ordinate 7 e 9. Se esse formano un triangolo, riconoscere il tipo e calcolarne perimetro e area	$x + y = 16$ $y - x = 10$ $y = 7$ <i>rettangolo isoscele</i> $2p = 12(1 + \sqrt{2})$ $area = 36$
137	Trova la misura della corda che risulta bisettrice dell'angolo formato dagli assi dell'ellisse $x^2 + 2y^2 = 18$	$4\sqrt{3}$
138	Scrivi l'equazione dei lati del rettangolo di perimetro 28 inscritto nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{32} = 1$	$x = \pm 3 \quad y = \pm 4$ $x = \pm \frac{51}{25} \quad y = \pm \frac{124}{25}$

139	<p>Calcola la misura della corda dell'ellisse <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1</math> che giace su una diagonale del rettangolo costruito sugli assi dell'ellisse</p>	$\sqrt{2(a^2 + b^2)}$
140	<p>Data l'ellisse di equazione <math>x^2 + 3y^2 = 3</math>, considera la retta parallela all'asse <math>y</math> e passante per il suo fuoco di ascissa positiva. Indicati con <math>A</math> e <math>B</math> i punti in cui tale retta incontra l'ellisse e con <math>P</math> e <math>Q</math> i vertici appartenenti all'asse delle ascisse, calcola l'area dei triangoli <math>ABP</math> e <math>ABQ</math></p>	$area = \frac{3 - \sqrt{6}}{3}$ $area = \frac{3 + \sqrt{6}}{3}$
141	<p>Scrivi l'equazione dell'ellisse avente un fuoco nel punto <math>F(2; 0)</math> e passante per <math>P\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}; 2\right)</math>. Indicati con <math>A</math> e <math>B</math> i punti di intersezione di tale ellisse con la retta di equazione <math>y - x - \sqrt{5} = 0</math>, calcola l'area del triangolo <math>ABO</math> essendo <math>O</math> l'origine degli assi</p>	$area = \frac{45}{14}$
142	<p>Un'ellisse con i fuochi sull'asse <math>x</math> delle ascisse ha eccentricità <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math> e passa per il punto <math>(2; 3)</math>. Determina l'area racchiusa dall'ellisse</p>	$area = 20\pi$
143	<p>Data l'ellisse di equazione <math>\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1</math> verificare che la retta <math>3x + 2(\sqrt{3} - 2)y - 6\sqrt{3} + 6 = 0</math> è secante ad essa e determinare i punti di intersezione <math>A</math> e <math>B</math>, con <math>A</math> di ascissa di minore.</p> <p>Trovare infine l'area del triangolo <math>OAB</math></p>	$A\left(1; -\frac{3}{2}\sqrt{3}\right) \quad B\left(\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$ $area = 3$

144	<p>Considerato il rettangolo di estremi <math>P(5; 1)</math>, <math>Q(-5; 1)</math>, <math>S(5; 5)</math> e <math>T(-5; 5)</math> determinare l'equazione dell'ellisse inscritta e l'area del rombo ottenuto congiungendo i punti di tangenza</p>	$\frac{x^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$ $area = 20$
145	<p>Scrivere l'equazione dell'ellisse avente come assi di simmetria i segmenti di estremi: <math>A(3; -4)</math>, <math>B(3; 8)</math>, <math>C(-2; 2)</math> e <math>D(8; 2)</math>. Determinare poi l'equazione della parabola passante per <math>C</math> e con vertice in <math>A</math>. Determina infine la tangente ad essa nel punto <math>A</math></p>	$\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$ $y = \frac{1}{25}(6x^2 - 36x - 46)$ $y = -4$
146	<p>Considerata l'ellisse <math>\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} = 1</math>, determinare l'equazione di un'altra ellisse avente lo stesso centro di simmetria, il semiasse minore <math>a = \sqrt{17}</math> e un fuoco nel punto <math>F(0; 5)</math>.</p>	$\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{42} = 1$
147	<p>Determinare le misure degli assi di un'ellisse la cui area è <math>\frac{1}{4}\pi</math> e che passa per il punto <math>P(1; \frac{1}{2})</math></p>	$a = \sqrt{\frac{4 \pm \sqrt{15}}{2}} \quad b = \sqrt{\frac{4 \mp \sqrt{15}}{8}}$
148	<p>È data l'ellisse di equazione <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1</math> si trovi l'equazione della parabola avente per asse l'asse <math>y</math>, che incontri l'ellisse nel suo punto d'intersezione con il semiasse negativo delle <math>y</math> e che passi per i fuochi <math>F_1</math> e <math>F_2</math> dell'ellisse</p>	$y = \frac{3}{16}x^2 - 3$

149	<p>Si consideri la curva di equazione <math>\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{3-m} = 1</math> con <math>m \in R</math></p> <p>a) Stabilire per quali valori <math>m</math> l'equazione rappresenta un'ellisse, precisando per quale valore di <math>m</math> si ha una circonferenza</p> <p>b) Per quali valori di <math>m</math> l'ellisse ha i fuochi sull'asse <math>y</math>?</p> <p>c) Determinare <math>m</math> in modo che un fuoco sia il punto <math>F(0,1)</math></p>	<p>a) <math>0 &lt; m &lt; 3</math> <math>m = \frac{3}{2}</math></p> <p>b) <math>0 &lt; m &lt; \frac{2}{3}</math></p> <p>c) <math>m = 1</math></p>
150	<p>Dati i punti <math>A(1; 2)</math>, <math>B(1; 1)</math> e <math>C(4; 1)</math>, determinare tutti i punti <math>P</math> del piano tali che</p> $PA + PB = PB + PC = \sqrt{11}$	$P\left(\frac{236 \pm 5\sqrt{22}}{101}; \frac{3(34 \pm 5\sqrt{22})}{101}\right)$
151	<p>Determina l'equazione del luogo dei punti <math>P(x; y)</math> del piano cartesiano che soddisfano la relazione <math>5PQ = PH</math>, essendo <math>Q(1; 0)</math> e <math>PH</math> la distanza di <math>P</math> dalla retta parallela all'asse delle ordinate che passa per il punto <math>S(25; 1)</math></p>	$24x^2 + 25y^2 = 600$
152	<p>Nel fascio di ellissi di equazione <math>\frac{x^2}{b^2+1} + \frac{y^2}{b^2} = 1</math>, determina quella che passa per il punto <math>P\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)</math>.</p> <p>Inscrivi poi nell'ellisse un rettangolo con un lato appartenente alla retta di equazione <math>x = 1</math> e calcolane l'area</p>	$\frac{2x^2}{\sqrt{3}+2} + \frac{2y^2}{\sqrt{3}} = 1$ $area = 2\sqrt{6(2-\sqrt{3})}$

## più impegnativi

153	<p>Nel fascio di rette parallele di coefficiente angolare <math>\sqrt{3}</math>, determina quelle tangenti all'ellisse di equazione <math>x^2 + 2y^2 = 1</math>. Considera poi il quadrilatero che ottieni intersecando tali rette con le tangenti all'ellisse per i due vertici che appartengono all'asse delle ordinate. Determina l'area di tale quadrilatero</p>	$y = \sqrt{3}x \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$ $\text{area} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$
154	<p>Dopo aver determinato l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine degli assi e tangente alle rette di equazioni <math>y = 3</math> e <math>x = -6</math>, inscrivi in essa un rettangolo che abbia la base doppia dell'altezza. Calcola le coordinate dei vertici di tale rettangolo</p>	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\left(3\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ $\left(3\sqrt{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ $\left(-3\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ $\left(-3\sqrt{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$
155	<p>Dato il fascio di ellissi <math>5x^2 + 2kx + 20y^2 + 32ky = 180 - 13k^2</math>, determinare i valori di <math>k</math> tali che le ellissi:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>siano completamente al di sotto dell'asse delle ascisse</li> <li>siano completamente a sinistra dell'asse delle ordinate</li> <li>abbiano l'origine come punto interno</li> </ol>	$\text{a) } k > \frac{15}{4}$ $\text{b) } k > 30$ $\text{c) } -6\sqrt{\frac{5}{13}} < k < 6\sqrt{\frac{5}{13}}$
156	<p>Scrivi l'equazione dell'ellisse <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1</math> che passa per i punti <math>A\left(4; \frac{6}{5}\right)</math> e <math>B\left(-3; -\frac{8}{5}\right)</math>. Trova le coordinate dei punti di intersezione tra l'ellisse e la retta perpendicolare ad <math>AB</math> condotta per il centro della curva</p>	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\left(\frac{20}{\sqrt{641}}; -\frac{50}{\sqrt{641}}\right)$ $\left(-\frac{20}{\sqrt{641}}; \frac{50}{\sqrt{641}}\right)$

157	<p>Dopo aver determinato l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine degli assi cartesiani che ha un vertice in <math>V(-2; 0)</math> e un fuoco in <math>F(0; \sqrt{5})</math>; determina l'equazione della parabola che ha vertice in <math>F</math> e passa per <math>V</math>. Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla parabola nei suoi punti di intersezione con l'asse <math>x</math>. Calcola, infine, l'area del triangolo individuato da tali tangenti e dall'asse <math>x</math></p>	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ $y = -\frac{\sqrt{5}}{4}x^2 + \sqrt{5}$ $y = \sqrt{5}(x - 2)$ $y = -\sqrt{5}(x + 2)$ $area = 4\sqrt{5}$
158	<p>Individua i punti <math>P</math> dell'ellisse di equazione <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1</math> tali che l'angolo <math>F_1\hat{P}F_2</math> sia retto, essendo <math>F_1, F_2</math> i fuochi dell'ellisse</p>	$\left( \pm \frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4} \right)$ $\left( \mp \frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4} \right)$
159	<p>Determina i parametri <math>a</math> e <math>b</math> della dilatazione di equazioni <math>\begin{cases} x' = ax \\ y' = by \end{cases}</math>, con <math>a, b</math> appartenenti a <math>R^+</math>, affinché la circonferenza con centro nell'origine e raggio 1 sia trasformata nell'ellisse di equazione: <math>\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1</math></p>	$a = 8$ $b = 6$
160	<p>Scrivi le equazioni di una dilatazione che trasforma la circonferenza di equazione <math>x^2 + y^2 = 16</math> nell'ellisse di equazione <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1</math></p>	$\begin{cases} x' = x \\ y' = \frac{y}{2} \end{cases}$

## completa la tabella

	equazione	semiasse maggiore	semiasse minore	eccentricità	centro di simmetria
152	$100x^2 + y^2 + 1600x - 20y = -6499$				
153		$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$		$C\left(\frac{10}{9}; \frac{4}{9}\right)$
154			$\frac{5}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$C\left(\frac{1}{4}; -\frac{8}{9}\right)$
155	$x^2 + y^2 - \frac{20}{7}x + \frac{2}{7}y = -\frac{860}{441}$				
156		$\frac{3}{2}$		$\frac{4\sqrt{2}}{9}$	$C\left(\frac{7}{10}; \frac{2}{7}\right)$
157	$x^2 + 4y^2 + \frac{8}{9}x + 48y + \frac{16}{81} = -143$				
158		4		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$C\left(\frac{8}{7}; -\frac{1}{3}\right)$
159	$\frac{25}{36}x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{25}{3}x + 24 = 0$				

## soluzioni

	equazione	semiasse maggiore	semiasse minore	eccentricità	centro di simmetria
152		1	$\frac{1}{10}$	$\frac{3\sqrt{11}}{10}$	$C(-8; 10)$
153	$\frac{25}{4}\left(x - \frac{10}{9}\right)^2 + 4\left(y - \frac{4}{9}\right)^2 = 1$			$\frac{3}{5}$	
154	$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 9\left(y + \frac{8}{9}\right)^2 = 25$	5			
155		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$C\left(\frac{10}{7}; -\frac{1}{7}\right)$
156	$\frac{9}{49}\left(x - \frac{7}{10}\right)^2 + \frac{1}{9}\left(y - \frac{2}{7}\right)^2 = \frac{1}{4}$		$\frac{7}{6}$		
157		1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$C\left(-\frac{4}{9}; -6\right)$
158	$\left(x - \frac{8}{7}\right)^2 + \left(2y + \frac{2}{3}\right)^2 = 16$		2		
159		2	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$	$C(6; 0)$