indice

1.	Problemi numerici	<u>pag. 2</u>
2.	Problemi numerici più impegnativi	<u>pag. 9</u>
3.	Problemi risolubili mediante equazioni	pag. 10

I problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.



risolvi i seguenti problemi numerici sui triangoli rettangoli		
1	Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, i due cateti misurano 13 e 14. Calcolare l'area del triangolo dato [91]	
2	Due lati consecutivi di un parallelogramma sono uno il doppio dell'altro e la loro somma misura 210. Sapendo che l'angolo da essi formato ha seno $\frac{2}{7}$, calcolare l'area del parallelogramma [$area = 2800$]	
3	Di un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa e la proiezione di uno dei cateti sull'ipotenusa stessa misurano rispettivamente 1 e $2+\sqrt{3}$. Determinare l'ampiezza dell'angolo acuto adiacente alla proiezione non nota $[75^{\circ}]$	
4	Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa misura 55 e l'ampiezza di un angolo è 27°. Calcolare la misura dei due cateti e l'ampiezza dell'altro angolo [24,97; 49; 63°]	
5	Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, un cateto è lungo 16 e l'ampiezza dell'angolo opposto ad esso è 30°. Calcolare la misura dell'ipotenusa, dell'altro cateto e l'ampiezza dell'altro angolo [32; 27,71; 60°]	
	[32, 27,71, 00]	
6	Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, un cateto misura 20 e l'ampiezza dell'angolo opposto ad esso è $\frac{\pi}{4}$. Risolvere il triangolo $\left[\frac{\pi}{4};\ 20;\ 20\sqrt{2}\right]$	
7	realtà: Una scala lunga 4 m tocca il tronco di un albero ad un'altezza da terra di $\sqrt{12}$ m. Calcolare l'inclinazione che ha la scala rispetto al terreno e la distanza della scala dal tronco dell'albero [60°; 2 m]	

13



realtà: Il capitano di una nave osserva dal mare la cima di un faro la cui altezza è 75 m, sotto un angolo di 8°. Determinare la distanza della nave dal faro

[534 m]

realtà: Un aereo, alzandosi in volo, forma un angolo di 29° con l'orizzonte.

Determinare l'altezza dell'aereo dopo aver percorso 15000 m

[7272,14 m]

realtà: Una torre proietta un'ombra orizzontale di 29,5 m quando l'altezza del sole all'orizzonte è di 51°28'. Calcolare l'altezza della torre

[37,04 m]

realtà: In un centro commerciale c'è una scala mobile inclinata di 25° rispetto al piano orizzontale, lunga 12 m. Calcolare la differenza di livello fra i due piani della scala mobile

[5 *m*]

Calcolare perimetro e area di un triangolo isoscele, con un lato obliquo che misura 5 con un angolo di base avente tangente $\frac{4}{3}$

$$[2p = 16; area = 12]$$

Calcolare perimetro e area di un triangolo isoscele con base che misura 60 e con angolo alla base avente seno $\frac{7}{25}$

$$\left[2p = \frac{245}{2}; \ area = \frac{525}{2}\right]$$

Il perimetro di un rombo misura 52; una diagonale forma con un lato un angolo avente cosecante $\frac{13}{12}$. Calcolare l'area del rombo

[area = 120]

Determinare l'area ed il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa è lunga 60 e che $\sin\beta=\frac{3}{5}$, essendo β uno degli angoli acuti del triangolo

[2p = 144; area = 864]



16	Nel triangolo rettangolo ABC la lunghezza dell'ipotenusa BC è 41 e la tangente all'angolo \hat{B} è $\frac{40}{9}$. Determinare il perimetro e l'area del triangolo	
	[2p = 90; area = 180]	
17	Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, un cateto e l'ipotenusa misurano rispettivamente $6\sqrt{2}$ e 12; calcolare l'area del triangolo $[area=36]$	
18	La cotangente dell'angolo alla base di un triangolo isoscele è $\sqrt{3}$. Calcolare l'area di tale triangolo, sapendo che la base misura 1 $\left[area = \frac{\sqrt{3}}{12}\right]$	
19	Data una circonferenza, conduci da un punto P, esterno ad essa, le tangenti indicando con A e B i punti di tangenza. Congiungendo il punto P con il centro O della circonferenza, si forma un angolo $O\widehat{P}A$ che misura 44°. Determinare la lunghezza della corda AB sapendo che PO misura 95 [94,94]	
20	Sia ABCD un trapezio isoscele; sapendo che la base maggiore AB misura 90, il lato obliquo ne misura 30 e il coseno dell'angolo $D\hat{A}B$ è uguale a $\frac{3}{5}$, calcolare il perimetro e l'area del trapezio [$2p = 204$; $area = 1728$]	
21	In un parallelogramma <i>ABCD</i> , i lati AB e BC misurano rispettivamente 84 e 26 e la sua area è pari a 1092. Determinare l'ampiezza dei suoi angoli [30°; 150°]	
22	In un rombo un angolo misura 120°. Sapendo che il lato del rombo è 36, calcolare l'area	
	$[area = 648\sqrt{3}]$	



Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, un cateto misura 80 e l'ampiezza dell'angolo adiacente ad esso è $\arctan\frac{33}{40}$. Risolvere il triangolo

[66; 103,71; $arctan \frac{40}{33}$]

Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa misura 48 e un cateto è lungo 25. Risolvere il triangolo

[40,97; arcsin 0,85; arcsin 0,52]

Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, un cateto misura 14 e l'ampiezza dell'angolo ad esso adiacente è $\arccos \frac{2}{3}$. Risolvere il triangolo

 $[21; 15; 65; \arcsin\frac{2}{3}]$

Nel triangolo ABC, rettangolo in A, un cateto è lungo 64 e l'angolo opposto ad esso è pari a $\arcsin\frac{8}{17}$. Risolvere il triangolo

 $[136; 120; arcsin \frac{15}{17}]$

Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, i due cateti misurano 39 e 80. Risolvere il triangolo

$$\left[89; \arcsin\frac{39}{89}; \arcsin\frac{80}{89}\right]$$

L'area di un triangolo isoscele è 160, l'altezza relativa alla base è AH = 20. Determinare gli angoli del triangolo e le altezze relative ai lati obliqui

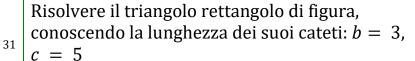
$$\left[\arctan\frac{5}{2}; \arctan\frac{5}{2}; \arctan\frac{20}{21}; \frac{80\sqrt{29}}{29}\right]$$

L'area di un triangolo rettangolo è 54 e la tangente di uno degli angoli acuti misura $\frac{3}{4}$. Calcolare il perimetro del triangolo

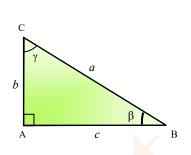
[2p = 36]

Risolvere il triangolo rettangolo di figura, sapendo che la lunghezza dell'ipotenusa è 3 e quella di un suo cateto è 2

$$[\beta = 41^{\circ}48'37''; \quad \gamma = 48^{\circ}11'23''; \quad c = \sqrt{5}]$$



$$\left[\beta = 30^{\circ}57'50''; \ \gamma = 59^{\circ}02'11''; \ \alpha = \sqrt{34}\right]$$



Un triangolo rettangolo ha il lato più piccolo che misura 4 e l'area misura 12. Calcolare l'ampiezza dell'angolo minore e le misure delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa

$$\left[\arcsin\left(\frac{2\sqrt{13}}{13}\right) \approx 33.69^{\circ}; \ \frac{18\sqrt{13}}{13}; \ \frac{8\sqrt{13}}{13} \right]$$

Si consideri un triangolo ABC rettangolo in C, con AB = $\sqrt{2}$. Si costruisca la perpendicolare a CB passante per B e su di essa, dal lato opposto ad A, si prenda F in modo che AB = FB. L'area del triangolo CBF misura $\frac{1}{2}$, ed E è il punto di intersezione dell'altezza CD relativa all'ipotenusa AB con la bisettrice dell'angolo BAC. Calcolare la lunghezza del segmento AE

$$\left[\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}\right]$$

Si consideri un quadrilatero ABCD con le seguenti proprietà: AD \perp AB, BD \perp BC, $A\widehat{D}B = B\widehat{D}C$, $A\widehat{B}C = A\widehat{D}C$, AD = 1. Determinare l'area del quadrilatero e stabilire se esso è inscrivibile in una circonferenza

$$\left[area = \frac{5\sqrt{3}}{2}; no\right]$$

In un triangolo rettangolo un cateto è lungo $(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ e l'angolo ad esso opposto misura 60°. Calcolare l'area del triangolo

$$\left[area = \frac{1}{6} \left(7\sqrt{3} + 2\sqrt{30}\right)\right]$$

In un triangolo isoscele il lato misura 15 e la base misura $15\sqrt{3}$. Determina l'ampiezza degli angoli del triangolo e calcolare l'area

30°; 30°; 120°;
$$area = \frac{225\sqrt{3}}{4}$$



Nel trapezio rettangolo ABCD, la base maggiore AB forma un angolo di 30° con il lato obliquo BC che è perpendicolare a AC. Sapendo che l'altezza del trapezio è 10 cm, calcolare il perimetro e l'area

$$2p = 10\left(3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right); \ area = \frac{250\sqrt{3}}{3}$$

Le altezze di un parallelogramma sono 9 e 12 e il perimetro misura 70. Calcolare gli angoli

$$\left[\arcsin\frac{3}{5}; \ \pi - \arcsin\frac{3}{5}\right]$$

In un triangolo isoscele l'area è 950 e la base è 38. Determinare l'ampiezza degli angoli alla base

[69°11'35"]

In un triangolo isoscele l'ampiezza dell'angolo al vertice è 67°. Sapendo che l'altezza relativa ad uno dei lati obliqui misura 24, determinare la misura del perimetro e l'area del triangolo

$$[2p = 80,92; area = 312,87]$$

Calcolare l'ampiezza dell'angolo sotto cui è visto un segmento AB, che misura 24, da un punto S che si trova sul suo asse e che dista 26 dagli estremi A e B del segmento

[54°58'22"]

Nel trapezio isoscele ABCD di base AB è AD = DC = 82 e $tan \hat{A} = \frac{9}{40}$.

Determinare perimetro e area del trapezio

$$[2p = 488; area = 2916]$$

In un trapezio rettangolo l'altezza misura 16 e la base maggiore 30; inoltre la diagonale maggiore divide in due parti uguali l'angolo formato dal lato obliquo e dalla base maggiore. Determinare l'area del trapezio

[area = 394,13]



In un trapezio scaleno ABCD la base maggiore AB misura 100 e l'altezza DH misura 30. Sapendo che l'angolo in A misura 60° e che $sin \beta = \frac{3}{5}$, determinare il perimetro del trapezio

$$\left[2p = 10\left(21 + \sqrt{3}\right)\right]$$

In una circonferenza, il diametro AB misura 75 e la corda AC misura 58,5. Calcolare la distanza di C dal diametro

[36,61]

Il trapezio ABCD è rettangolo in A e D. Sapendo che AB = 32, CD = 8 e $tan \hat{B} = \frac{5}{12}$, calcolare il perimetro del trapezio, la sua area e $cos \hat{C}$

$$2p = 76$$
; $area = 200$; $-\frac{12}{13}$

In un triangolo isoscele la base misura 12,72 e l'angolo ad essa adiacente è di 58°. Determinare il perimetro e l'area del triangolo

$$[2p = 36,72; area = 64,68]$$

Inscrivi un triangolo ABC in una semicirconferenza di centro O e diametro AB = 4, in modo che l'angolo in O risulti minore dell'angolo in O. Indica con O of il segmento perpendicolare al diametro (O obtaine O obtained O obta

[30°]

Di un triangolo rettangolo si sa che il perimetro misura $2\sqrt{3}$ e che i cateti sono l'uno i $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dell'altro. Calcolare la lunghezza dell'ipotenusa e l'ampiezza dell'angolo acuto maggiore del triangolo

$$\left[\sqrt{7} + \frac{\sqrt{21} - 7}{2}; \quad arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 49.10^{\circ}\right]$$

Calcolare il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'area è 8 e la tangente di un angolo acuto è $2+\sqrt{3}$

$$\left[2p = \frac{\left(\sqrt{3} + 1\right)^2}{2}\right]$$

Problemi sui Triangoli Rettangoli



Scrivere la relazione tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa e le ampiezze degli angoli acuti. Calcolare le ampiezze nel caso in cui le proiezioni misurano 1 e 3

[30°; 60°]

In un triangolo isoscele l'angolo al vertice misura 57° ed il lato misura 6. Calcolare il perimetro e l'area del triangolo

$$[2p = 17,7; area = 15,072]$$

Un triangolo rettangolo è diviso dall'altezza relativa alla sua ipotenusa in due parti aventi area l'una il doppio dell'altra. Trovare la misura degli angoli acuti. Calcolare l'area sapendo che il cateto minore misura $\sqrt{6}$

$$\left[\arctan\sqrt{2} \approx 54.74^{\circ}; \ \arctan\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 35.26^{\circ}; \ \arctan = 3\sqrt{2}\right]$$

problemi numerici più impegnativi



Determinare l'ipotenusa di un triangolo rettangolo sapendo che il seno di un angolo acuto è uguale a $\frac{5}{13}$ e che la differenza delle proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa è 238

[338]

Trovare il rapporto tra l'area di un poligono regolare di nove lati e l'area di un poligono regolare di dieci lati sapendo che hanno lo stesso perimetro

 $\frac{10 \tan 18^{\circ}}{9 \tan 20^{\circ}}$

Si consideri un triangolo ABC rettangolo in A, e sia D il punto d'intersezione della bisettrice dell'angolo CBA con il segmento AC. Si costruisca poi E, punto d'intersezione della bisettrice dell'angolo BDA con il lato AB. Se i segmenti DE e BC sono paralleli e DE = 1. Calcolare la misura il perimetro di ABC

$$\left[2p = \frac{3(3+\sqrt{3})}{2}\right]$$

Del pentagono regolare ABCDE sia F il piede della perpendicolare condotta da A alla bisettrice dell'angolo ADC e G il punto d'intersezione dei prolungamenti di DC e AB. Se AB = $\sqrt{5}$. Calcolare le misure dei lati DF e DG

$$\left[\frac{3\sqrt{5}+5}{4}\; ;\; \frac{5+3\sqrt{5}}{2}\right]$$

Di un triangolo rettangolo si sa che la sua area misura 150 e che la proiezione di uno dei cateti sull'ipotenusa è lunga 9. Trovare gli elementi triangolo

[15; 20; 25;
$$\arctan \frac{3}{4} \approx 36.87^{\circ}$$
; $\arctan \frac{4}{3} \approx 53.13^{\circ}$]

Si consideri un triangolo ABC rettangolo in A; si costruiscano le bisettrici BD e CE rispettivamente degli angoli CBA ed ACB, in modo tale che D appartenga al segmento AC ed E al segmento AB. Sia F il punto d'intersezione di CE e BD. Calcolare l'ampiezza dell'angolo DAF. Se CB = 1 e FCB = 15°, calcolare la misura di DF

$$\left[45^{\circ}; \frac{3-\sqrt{3}}{6}\right]$$

Calcolare le possibili misure dell'angolo ABC di un triangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro AB e raggio 3 quando il perimetro di ABC misura $6 + 3\sqrt{7}$

$$\left[\arctan\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)\approx 65.70^{\circ}; \ \arctan\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)\approx 24.30^{\circ}\right]$$

problemi risolubili mediante equazioni



Del triangolo ABC rettangolo in A, sia H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa. Si sa che $\frac{AH}{BH} + \frac{AH}{CH} = 4$; calcolare l'ampiezza degli angoli acuti del triangolo ABC. Inoltre, calcolare la misura dell'area con AH = 2

[15°; 75°;
$$area = 8$$
]

Sia ABCD un rombo circoscritto a una circonferenza di centro 0 e raggio 3. Indicare con x l'angolo $O\hat{A}B$ e determinare, al variare di x, l'area A(x) del rombo

$$\left[A(x) = \frac{36}{\sin 2x}\right]$$



Il perimetro di un triangolo isoscele è 1500 e uno degli angoli alla base è 30°. Calcola l'area del triangolo

[area = 62500]

La diagonale AC di un rettangolo ABCD forma con un lato un angolo avente coseno $\frac{3}{5}$. Determinare l'area del rettangolo sapendo che il suo perimetro misura 28

[area = 48]

Considera il triangolo rettangolo ABC inscritto in una circonferenza di diametro AB = 2; sul lato BC costruisci il quadrato BPQC esternamente al triangolo.

Calcolare la misura dell'angolo $B\widehat{A}C$ sapendo che il trapezio ABPQ ha area $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

 $\left[\frac{3}{8}\pi\right]$

Sopra una semicirconferenza di diametro AB = 2 determinare un punto C in modo che, detta D la sua proiezione sulla tangente in B, sia verificata la relazione $AC + CD = \frac{5}{2}$

$$[B\hat{A}C = x; AC = 2\cos x; CD = 2\sin^2 x; x = 60^\circ]$$

Sia ABC un triangolo equilatero di lato 1. Si conduca per A, internamente ad esso, una semiretta tale che, proiettando ortogonalmente su di essa i punti B e C in B' e C', risulti BB' + CC' = 1

$$[C\hat{A}C' = x; \sqrt{3}\cos x + \sin x = 2; x = 30^{\circ}]$$

Calcola l'ampiezza 2x dell'angolo al vertice di un triangolo isoscele in modo che il rapporto tra il perimetro del triangolo e l'altezza relativa alla base sia $2\sqrt{3}$

 $[x = 30^{\circ}]$



Nel trapezio rettangolo ABCD, con gli angoli in A e in B retti, la diagonale AC è perpendicolare al lato obliquo DC ed ha lunghezza 1. Determinare l'ampiezza dell'angolo $C\widehat{A}D$ in modo che si abbia $AD + BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}CD$

[45°]

Data una semicirconferenza di diametro AB=2, determinare un punto P di essa in modo che sia verificata la relazione $AP+BP=\left(\sqrt{3}+1\right)$

$$[B\hat{A}P = x; x_1 = 30^\circ; x_2 = 60^\circ]$$

Determinare i lati di un triangolo rettangolo sapendo che il perimetro è 180 e che la tangente di uno degli angoli acuti è $\frac{12}{5}$

[30; 72; 78]

Si consideri un triangolo rettangolo ABC e sia H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa AB. Si sa che AH = 18 e BC =40. Determinare la misura dei lati AC, CH e HB

[30; 24; 32]

Dato il quadrato ABCD di lato 1, sia r una retta passante per B e non intersecante altri punti del quadrato. A' e C' sono le proiezioni su r rispettivamente di A e C. Determina l'angolo $A'\widehat{B}A = x$ in modo che l'area del trapezio A'ACC' sia $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\left[x = \frac{1}{2}\arcsin(\sqrt{2} - 1)\right]$$

Nel trapezio rettangolo ABCD, di base maggiore AB e base minore DC, è AD = DC = 8. Siano E ed F sono le proiezioni sulla retta CB, rispettivamente, di D e A. Indicato con x l'angolo $A\widehat{B}C$, calcolare per quali valori di x si ha $AF + DE + EC = 8\sqrt{6}$

$$\left[x_1 = \frac{\pi}{12}; \quad x_2 = \frac{5}{12}\pi \right]$$



Nel triangolo rettangolo ABC si conduca l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC=1. Determinare l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{B}C$ in modo che si abbia $\frac{2p}{CH}=2\sqrt{3}+6$

[30°]

76

Sia ABC un triangolo rettangolo con $A\widehat{B}C = 90^{\circ}$ e $B\widehat{A}C = 30^{\circ}$. Costruire, esternamente ad esso, la semicirconferenza di diametro AB. Determinare un punto P appartenente all'arco AB in modo che, condotta per P la perpendicolare al diametro, sino ad incontrare l'ipotenusa AC nel punto Q, valga la relazione $\frac{AQ+PQ}{AB} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

 $[B\hat{A}P = x; \ x = 45^{\circ}]$