

Problemi sui triangoli qualsiasi

indice

1. Problemi sul teorema della corda [pag. 2](#)
2. Problemi sul teorema dei seni o di Eulero [pag. 3](#)
3. Problemi sul teorema del coseno e di Carnot [pag. 5](#)
4. Problemi numerici di riepilogo [pag. 7](#)
5. Problemi risolubili mediante equazioni [pag. 15](#)


I problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.


teorema della corda




1	In una circonferenza di raggio 5, un angolo alla circonferenza di ampiezza 60° insiste su una corda AB . Calcolare la lunghezza di AB	$[5\sqrt{3}]$
2	In una circonferenza di diametro 6, una corda sottende un angolo alla circonferenza di 30° . Determinare la lunghezza della corda	[3]
3	In una circonferenza di diametro 32, determinare la lunghezza di una corda il cui angolo al centro misura $64^\circ 22'$	$[\approx 17,04]$
4	In una circonferenza di raggio 10, una corda AB misura $10\sqrt{3}$. Determinare l'ampiezza dell'angolo acuto alla circonferenza corrispondente ad AB	$[60^\circ]$
5	In una circonferenza una corda misura 40 e uno dei suoi angoli alla circonferenza misura $50^\circ 17' 6''$. Calcolare il raggio della circonferenza	$[\approx 26]$
6	Determinare il lato di un ottagono regolare inscritto in una circonferenza di raggio 12	$[\approx 9,18]$
7	In una circonferenza di raggio 18 due corde consecutive AB e BC hanno lunghezze rispettivamente di 6 e 12. Calcolare l'ampiezza dell'angolo compreso fra le due corde e l'area del triangolo ABC	$[150^\circ 56' 5''; \text{area}=17,49]$
8	Trovare le misure dei lati del triangolo equilatero, del quadrato e dell'esagono regolare inscritti in una circonferenza di raggio 3	$[3\sqrt{3}; 3\sqrt{2}; 3]$

9	In una circonferenza di raggio 2, la corda AB misura $\frac{16}{9}\sqrt{5}$. Preso C sull'arco maggiore AB in modo che $AC = CB$, determinare il perimetro del triangolo ABC $\left[\frac{40}{9}\sqrt{5}\right]$
10	Un triangolo isoscele acutangolo è inscritto in una circonferenza di raggio 10. Calcolare il perimetro e l'area del triangolo sapendo che la base è uguale al raggio della circonferenza $[2p=48, 64; \text{area}=93,30]$
11	Sia ABC un triangolo inscritto in una circonferenza. Determina la misura del raggio sapendo che la corda BC misura 24 e gli angoli \hat{B} e \hat{C} misurano rispettivamente 45° e 105° . Calcolare poi il perimetro del triangolo $[24; 2p = 12(\sqrt{6} + 2 + 3\sqrt{2})]$
12	Un quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza di raggio 2. Sapendo che i lati AB e CD sottendono un angolo al centro di 90° e che il lato BC sottende un angolo al centro di 60° , calcolare le ampiezze degli angoli del quadrilatero, le misure delle diagonali AC e BD, il perimetro e l'area del quadrilatero $[105^\circ, 105^\circ, 75^\circ, 75^\circ; \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1); \sqrt{5 + \sqrt{3}}; 2p = 2(2\sqrt{2} + 1 + \sqrt{3}); \text{area} = 2(2 + \sqrt{3})]$
teorema dei seni 	
13	Nel triangolo ABC calcolare la misura del lato AB, sapendo che $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 105^\circ$ e $BC = 6$ cm $[6\sqrt{2} \text{ cm}]$
14	Nel triangolo ABC calcolare la misura di AB e AC, sapendo che $BC = 300$ cm, $\hat{A} = 120^\circ$ e $\hat{B} = 40^\circ$ $[222,67 \text{ cm}; 118,48 \text{ cm}]$

15	<p>Nel triangolo ABC la misura di AC è 4 e $\cos \hat{A} = \frac{3}{4}$. Il punto D divide AB nei segmenti $AD = 2$ e $DB = 1$. Calcolare la misura di CD, CB e la misura di CM, mediana relativa ad AB</p>	$\left[2\sqrt{2}; \sqrt{7}; \frac{\sqrt{37}}{2} \right]$
16	<p>Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo \hat{B} interseca AC in P e risulta $AB = 30 \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$ e $AP = 12 \text{ cm}$. Calcolare la misura di PC</p>	$[20 \text{ cm}]$
17	<p>Sia dato un parallelogramma ABCD. Siano $AB = 28 \text{ cm}$, $\hat{ADB} = 60^\circ$ e $\hat{DBA} = 45^\circ$. Calcolare perimetro del parallelogramma</p>	$\left[2p = 56 \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \text{ cm} \right]$
18	<p>In un triangolo ABC, i lati AB e BC misurano rispettivamente 20,3 e 17,55. Determinare l'ampiezza dell'angolo opposto ad AB sapendo che l'angolo opposto a BC misura $41^\circ 10'$</p>	$[49^\circ 35' 15'']$
19	<p>Del triangolo ABC si sa che $AC = 10\sqrt{7} \text{ cm}$, $\sin \hat{A} = \frac{3}{5}$ e $\cos \hat{B} = -\frac{3}{4}$. Calcolare l'ampiezza dell'angolo \hat{B} e la misura dei lati AB e BC</p>	$\left[\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}; 24 \text{ cm}; 2(4\sqrt{7} - 9) \text{ cm} \right]$
20	<p>Sia dato il triangolo ABC, ottusangolo in \hat{A}; sapendo che $AB = 19 \text{ cm}$, $AC = 13 \text{ cm}$ e che l'altezza relativa al lato AB è $CH = 12 \text{ cm}$. Calcolare il perimetro del triangolo e l'ampiezza dei suoi angoli</p>	$\left[2p = (32 + 12\sqrt{5}) \text{ cm}; \arccos \left(-\frac{5}{13} \right); \arcsin \frac{\sqrt{5}}{5}; \arcsin \frac{19\sqrt{5}}{65} \right]$

21	Nel triangolo ABC la bisettrice CP misura 40 cm. Determinare la misura di BC e AP sapendo che le ampiezze degli angoli $\hat{A}CB$ e $\hat{A}BC$ sono rispettivamente $\arccos \frac{7}{25}$ e 30°	$\left[8(4 + 3\sqrt{3})\text{cm}; \frac{1200}{7 + 24\sqrt{3}}\text{cm} \right]$
22	Nel triangolo ABC i lati AB e AC misurano rispettivamente 11,2 cm e 8,5 cm e l'angolo \hat{B} misura $32^\circ 16'$. Risolvere il triangolo	$[6,06\text{ cm}; 48^\circ 30' 53''; 99^\circ 13' 7'']$
23	La bisettrice CH del triangolo ABC misura 40. Determinare BC e AH sapendo che $\hat{A}CB = \arccos \frac{7}{25}$ e $\hat{A}BC = 30^\circ$	$\left[8(4 + 3\sqrt{3}); \frac{1200}{7 + 24\sqrt{3}} \right]$
teorema di Carnot 		
24	Dato un triangolo ABC, calcolare la tangente dell'angolo \hat{B} sapendo che $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 4\sqrt{10}\text{ cm}$ e $CB = 12\text{ cm}$	$[\sqrt{15}]$
25	Nel triangolo ABC i lati AB e AC misurano rispettivamente 7 cm e 9 cm e l'ampiezza dell'angolo fra essi compresi è 60° . Calcolare la misura del lato BC	$[\sqrt{67}\text{cm}]$
26	Di un triangolo ABC si conoscono le misure dei tre lati che sono 5,6 cm, 3,5 cm e 4,7 cm, risolvere il triangolo	$[84^\circ 48' 11''; 38^\circ 29' 38''; 56^\circ 42' 11'']$

27	<p>Sia ABC un triangolo qualunque. Sapendo che $AB = \sqrt{2} + \sqrt{6} \text{ cm}$, $BC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ e $AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, risolvere il triangolo</p> <p style="text-align: right;">[75°; 45°; 60°]</p>
28	<p>Di un parallelogramma ABCD si sa che i lati AB e AC misurano rispettivamente 4 cm e 2 cm e che l'angolo fra essi compreso è $\arcsin \frac{4}{5}$. Calcolare l'area del parallelogramma e la misura delle diagonali</p> <p style="text-align: right;">[area = $\frac{32}{5} \text{ cm}^2$; $2\sqrt{\frac{37}{5}} \text{ cm}$; $2\sqrt{\frac{13}{5}} \text{ cm}$]</p>
29	<p>In un triangolo ABC, $AB = 6\sqrt{21} \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$ e $\sin \hat{B} = \frac{2}{5}$. Calcolare il raggio della circonferenza circoscritta e l'area del triangolo ABC</p> <p style="text-align: right;">[$5\sqrt{46} \text{ cm}$; area=$60\sqrt{21} \text{ cm}^2$]</p>
30	<p>Di un quadrilatero convesso ABCD si sa che $AB = 15 \text{ cm}$; $BC = 12 \text{ cm}$; $CD = 18 \text{ cm}$ e $\hat{B} = 120^\circ$ e $\hat{C} = 85^\circ$. Calcolare la misura del lato AD e l'area del quadrilatero ABCD</p> <p style="text-align: right;">[18,6 cm; area=$242,58 \text{ cm}^2$]</p>
31	<p>In un triangolo LMN i lati LM e LN misurano rispettivamente 24 cm e 20 cm, il coseno dell'angolo fra essi compreso è $-\frac{1}{4}$. Determinare il perimetro, l'area del triangolo e la misura della mediana MP</p> <p style="text-align: right;">[$2p = (44 + 8\sqrt{19}) \text{ cm}$; area = $60\sqrt{15} \text{ cm}^2$; $2\sqrt{199} \text{ cm}$]</p>
32	<p>Di un trapezio isoscele ABCD si sa che la base maggiore AB misura 18 cm, che i lati obliqui misurano 12 cm e che la diagonale BD misura $6\sqrt{7} \text{ cm}$. Calcolare l'ampiezza degli angoli del trapezio e la misura del suo perimetro</p> <p style="text-align: right;">[60°; 120°; $2p=48 \text{ cm}$]</p>

33	<p>Un trapezio isoscele ABCD ha la base maggiore AB di 65 cm, il lato obliquo AD di 23 cm e l'angolo \widehat{DAB} di 72°. Calcolare la lunghezza delle diagonali e il perimetro del trapezio</p>	[61,89 cm; 2p=161,79 cm]
34	<p>In un trapezio isoscele ABCD, il lato obliquo misura 20 cm e forma con la base maggiore AB un angolo di 53°. Sapendo che la diagonale AC misura 34 cm, determinare la misura delle basi e dell'altezza del trapezio</p>	[42,05 cm; 17,98 cm; 15,97 cm]
35	<p>Nel triangolo rettangolo LMN l'ipotenusa MN misura 30 e $\cos \widehat{MNL} = \frac{3}{5}$. Costruisci, esternamente ad esso, il triangolo isoscele MNR di base MN i cui lati congruenti misurano 39. Calcolare la misura di LR</p>	$\left[21\sqrt{\frac{29}{5}} \right]$
36	<p>Nel triangolo isoscele ABC l'angolo al vertice \widehat{C} misura 120° e la base AB misura $18\sqrt{3}$. Considera due punti P e Q sul lato BC che lo dividono in tre parti uguali. Determinare le misure dei segmenti AP e AQ</p>	[$6\sqrt{19}$; $6\sqrt{13}$]
Problemi di riepilogo 		
37	<p>Calcolare l'area di un triangolo avente due lati che misurano 3 e 12 e l'angolo tra essi compreso avente seno $\frac{2}{3}$</p>	[area = 12]
38	<p>Calcolare l'altezza di una torre sapendo che l'ombra che essa proietta è lunga 30 m e l'angolo di visuale dal punto dove termina l'ombra alla cima della torre è di 60°</p>	[$30\sqrt{3}$ m]

39	Calcolare l'area di un parallelogramma avente un lato di misura 15, l'altro di misura 7 e l'angolo tra essi compreso pari a 30°	[52,5]
40	Calcolare l'area di un appezzamento di terreno di forma triangolare avente un lato pari a 55 m, un altro pari a 36 m e sapendo che l'angolo che questi due lati formano è di 54°	$\left[area = \frac{495(\sqrt{5}+1)}{2} \right]$
41	Due lati di un triangolo misurano 60, 120 e l'angolo tra essi compreso ha ampiezza $\frac{\pi}{3}$. Calcolare l'area di tale triangolo	$[area = 1800\sqrt{3}]$
42	In una circonferenza di lunghezza $\pi\sqrt{2}$, quanto è ampio l'angolo al centro che sottende una corda lunga 1? E l'angolo alla circonferenza che sottende la stessa corda?	[90° ; 45°]
43	Calcolare il rapporto tra l'area del triangolo di lati $a = 2\sqrt{6}$, $b = 6\sqrt{2}$, $c = 2\sqrt{6}$ con $\alpha = 30^\circ$ e l'area del cerchio ad esso circoscritto	$\left[\frac{\sqrt{3}}{4\pi} \right]$
44	Si calcoli l'area del cerchio tale che tutte le corde di lunghezza $2\sqrt{5}$ siano sottese da angoli al centro ampi 60° . Quanto vale l'area del triangolo che ha per base una di dette corde e per vertice il centro della circonferenza?	[area cerchio= 20π ; area triangolo= $5\sqrt{3}$]
45	Quanto è ampio l'angolo al centro che sottende, in una circonferenza di lunghezza $\sqrt{2}\pi$, una corda lunga 1? E l'angolo alla circonferenza? Quante sono le possibili soluzioni?	[90° ; l'angolo alla circonferenza può essere ampio 45° o 135°]

46	<p>Sia dato un triangolo ABC con $AB = 1$, $AC = \sqrt{2}$ e $ACB = 30^\circ$. Quanto misura l'angolo CAB? Quanto misura l'altezza relativa al lato CB? Qual è il valore dell'area di ABC?</p> <p style="text-align: right;">$[105^\circ; \frac{\sqrt{2}}{2}; area = \frac{1+\sqrt{3}}{4}]$</p>
47	<p>Un lato di un triangolo misura 40; un angolo ad esso adiacente ha ampiezza $\frac{\pi}{8}$ e l'angolo opposto $\frac{3}{4}\pi$. Calcolare l'area di tale triangolo</p> <p style="text-align: right;">$[Il\ triangolo\ è\ isoscele\ area = 400(\sqrt{2} - 1)]$</p>
48	<p>La tangente dell'angolo alla base di un triangolo isoscele è $\sqrt{3}$. Calcolare l'area del triangolo sapendo che la base misura ℓ</p> <p style="text-align: right;">$[Il\ triangolo\ è\ equilatero\ area = \frac{\sqrt{3}}{4}\ell^2]$</p>
49	<p>Si calcoli l'area del cerchio tale che tutte le corde di lunghezza $2\sqrt{5}$ siano sottese da angoli al centro ampi 60°. Quanto vale l'area del triangolo che ha per base una di dette corde e per vertice il centro della circonferenza?</p> <p style="text-align: right;">$[area\ cerchio = 20\pi; area\ triangolo = 5\sqrt{3}]$</p>
50	<p>I lati di un triangolo misurano 30, 40, 50. Applicando la formula di Erone si calcoli la sua area</p> <p style="text-align: right;">$[area = 600]$</p>
51	<p>Calcolare l'area e la lunghezza della mediana uscente dal vertice A di un triangolo avente lati $AB=7$, $AC=6$, $BC=11$</p> <p style="text-align: right;">$area = 6\sqrt{10}\ mediana = \frac{7}{2}$</p>
52	<p>Di un parallelogramma si sa che due dei suoi lati sono lunghi $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{2}$, mentre uno dei suoi angoli ha tangente pari a $\frac{8}{15}$. Quanto vale la sua area?</p> <p style="text-align: right;">$[area = \frac{20}{51}]$</p>


53	<p>Di un parallelogramma si sa che le sue diagonali sono lunghe 4 e 9; inoltre il coseno di uno degli angoli da esse formati vale $-\frac{35}{37}$.</p> <p>Quanto vale l'area del parallelogramma?</p> <p style="text-align: right;">$[area = \frac{216}{37}]$</p>
54	<p>La mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è lunga $\frac{5}{2}$ e forma con l'ipotenusa un angolo la cui tangente vale $-\frac{5}{12}$. Si determinino area e perimetro del triangolo</p> <p style="text-align: right;">$[area = \frac{125}{52}, 2p = 5(1 + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{13}})]$</p>
55	<p>Si calcoli la lunghezza della corda sottesa da un angolo al centro ampio 150° in una circonferenza il cui perimetro misura $\frac{2\pi}{1+\sqrt{3}}$. Quanto vale l'area del triangolo isoscele che ha per base la corda e per vertice il centro della circonferenza?</p> <p style="text-align: right;">$[\frac{\sqrt{2}}{2}; area = \frac{1}{8(\sqrt{3}+2)}]$</p>
56	<p>Si considerino due angoli al centro AOB e COD di una circonferenza di raggio 1 disposti in tal modo che le corde da essi sottese risultino parallele. Se $AOB = 30^\circ$ e $COD = 120^\circ$, qual è l'area del quadrilatero ABCD?</p> <p style="text-align: right;">$[area = \frac{(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{3})}{4}]$</p>
57	<p>Quanto vale il lato di un dodecagono regolare inscritto nella circonferenza di raggio unitario? E quanto vale la sua area?</p> <p style="text-align: right;">$[\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}; area = 3]$</p>
58	<p>Sia data una circonferenza di raggio unitario ed AB una sua corda lunga $\sqrt{2}$. Detto ACB uno degli angoli acuti alla circonferenza che sottendono AB, quanto misura AC se $CB = \sqrt{3}$?</p> <p style="text-align: right;">$[\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}]$</p>

59	<p>Si dica quanto misurano gli angoli interni del triangolo isoscele di base $\sqrt{5} - 1$ e lati obliqui 2</p> <p>[36°, 72°, 72°]</p>
60	<p>I lati di un triangolo misurano 30, 40, 60. Applicando la formula di Erone si calcoli la sua area e si determinino il seno dei suoi angoli</p> <p>[$area = 25\sqrt{455}$ $\frac{\sqrt{455}}{24}$, $\frac{\sqrt{455}}{48}$, $\frac{\sqrt{455}}{36}$]</p>
61	<p>In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono una il triplo dell'altra. Si calcolino le ampiezze degli angoli acuti del triangolo</p> <p>[30°, 60°]</p>
62	<p>Di un trapezio isoscele si sa che il lato obliquo misura 17, mentre un altro lato è lungo 1. Inoltre, il coseno di uno dei suoi angoli vale $\frac{15}{17}$. Se ne determini l'area</p> <p>[$area = 128$]</p>
63	<p>Dato un triangolo isoscele ABC di vertice B, si traccino le bisettrici AE e CD degli angoli alla base. Sapendo che $AC=CD$ e $AB=\sqrt{2}$, si trovi l'area del triangolo</p> <p>[$area = \frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$]</p>
64	<p>Dato un trapezio isoscele ABCD le cui diagonali si intersecano nel punto E, si calcoli l'area sapendo che $DE=2$, $AE=6$ e $\sin \hat{D}EA = \frac{3}{4}$</p> <p>[$area = 24$]</p>

65	<p>Il rombo ABCD ha il lato che misura 30 e che forma con una diagonale un angolo di ampiezza α tale che $4 - 5\operatorname{sen}\alpha = 0$. Calcolare l'area del rombo</p> <p style="text-align: right;">[area = 864]</p>
66	<p>Il perimetro di un rombo misura 520; una diagonale forma con un lato un angolo avente cosecante $\frac{13}{5}$. Determinare l'area del rombo</p> <p style="text-align: right;">[area = 12000]</p>
67	<p>Dato un triangolo equilatero ABC, si costruiscano la bisettrice CH dell'angolo ACB e la bisettrice CK dell'angolo ACH, con H e K appartenenti al segmento AB. Se il lato del triangolo ABC misura 1, quanto è lungo il segmento CK? Quanto vale l'area del triangolo KBC?</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$; area = $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$]</p>
68	<p>Con riferimento al problema precedente, si tracci la bisettrice dell'angolo A, e siano L, M, P le sue intersezioni rispettivamente con CK, CH, CB. Quanto misura il segmento AL? Quanto vale l'area del triangolo CLM?</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; area = $\frac{3-\sqrt{3}}{24}$]</p>
69	<p>Ancora con riferimento al problema precedente, si costruisca la parallela a CH passante per L, e sia N la sua intersezione con il lato AC. Cosa si può dire dei lati CN, NL ed AL? Quanto vale l'area del quadrilatero PLNC?</p> <p style="text-align: right;">[i tre lati sono uguali; area = $\frac{3-\sqrt{3}}{8}$]</p>
70	<p>Quanto misurano le diagonali di un parallelogramma di perimetro 9 con due angoli che misurano uno il doppio dell'altro e due lati anch'essi misuranti uno il doppio dell'altro?</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{3\sqrt{3}}{2}$; $\frac{3\sqrt{7}}{2}$]</p>

71	<p>Una circonferenza di raggio 2 è inscritta in un triangolo isoscele il cui angolo al vertice α è tale che $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{8}$. Si determini l'area del triangolo</p> $[area = 4\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})]$
72	<p>Si consideri un pentagono regolare ABCDE, e in esso si traccino i segmenti EB ed AC. Detta F l'intersezione di detti segmenti, quanto misura il lato EF? Quanto misura FA? Quanto vale l'area del triangolo AFE? Si esprimano tutti i risultati in funzione del generico lato ℓ del pentagono</p> $\left[\ell ; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\ell ; area = \frac{\sqrt[4]{5}}{4\sqrt{\phi}}\ell^2 \right]$
73	<p>Si consideri un quadrilatero ABCD con i lati che misurano $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, $CD = \sqrt{3}$ e $AD = 2$. Se l'angolo in C misura 30°, quanto misurerà l'angolo in A?</p> $[45^\circ]$
74	<p>Siano B, C gli estremi di un diametro di una circonferenza e sia A un punto della circonferenza non coincidente con B, né con C. Sapendo che $\tan \widehat{ABC} = 2$ e che la misura di $AC = 6$, determinare l'area del cerchio</p> $\left[area = \frac{45}{4}\pi \right]$
75	<p>Si consideri un quadrilatero convesso ABCD con i lati che misurano $AD = AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$ e $CD = 2$. Se si sa che l'angolo in D misura 60°, è possibile dire quanto misura l'angolo in B?</p> $[90^\circ]$
76	<p>Calcolare gli angoli di un triangolo i cui lati sono proporzionali ai numeri $2, \sqrt{6}, 1 + \sqrt{3}$</p> $[\alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 75^\circ]$

77	<p>Siano a, b, c, le misure dei lati di un triangolo, γ la misura dell'angolo ottuso opposto al lato che misura c e siano $a = 5, b = 3$ e $\sin\gamma = \frac{4}{5}$. Determinare la misura del perimetro</p> <p style="text-align: right;">[2p = 12]</p>
78	<p>Determinare l'angolo alla base di un triangolo isoscele sapendo che le misure della base e della bisettrice dell'angolo sono rispettivamente a ed $\frac{\sqrt{3}}{2}a$</p> <p style="text-align: right;">[$x = 60^\circ$]</p>
79	<p>Un rettangolo ABCD con $AB = 6$ e $CB = \frac{1}{2}$ è diviso in tre sezioni da due rette parallele passanti per D e B. Detti E ed F i punti in cui tali parallele intersecano i lati CD e AB, si determini la lunghezza di EF sapendo che $\tan \widehat{ABE} = \frac{1}{3}$</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{\sqrt{37}}{2}$]</p>
80	<p>Si consideri un parallelogramma avente le diagonali lunghe $2 + \sqrt{2}$ e $2\sqrt{3 + \sqrt{7}}$ rispettivamente. Se uno degli angoli del quadrilatero misura 45°, quanto sono lunghi i lati?</p> <p style="text-align: right;">[$2\sqrt{2}; 1 + \sqrt{7}$]</p>
81	<p>Un lato di un triangolo misura 24 ; i due angoli ad esso adiacenti sono acuti ed hanno ampiezza α, β tali che $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ e $\sin\beta = \frac{1}{3}$.</p> <p>Calcolare l'area di tale triangolo</p> <p style="text-align: right;">[$area = \frac{64}{3}(4\sqrt{2} - \sqrt{5})$]</p>
82	<p>Siano a, b, c, le misure dei lati di un triangolo (acutangolo) e siano α, β, γ le misure degli angoli a tali lati rispettivamente opposti e sia $\sin\alpha = \frac{3}{5}, \sin\beta = \frac{12}{13}$ e $c = 21$.</p> <p>Determinare il perimetro del triangolo</p> <p style="text-align: right;">[2p = 54]</p>

83	<p>Dato un triangolo isoscele ABC con angolo al vertice $C = 30^\circ$, si costruisca un secondo triangolo isoscele CBD con angolo al vertice $D = 60^\circ$, e poi un terzo triangolo isoscele DBE con angolo al vertice $E = 120^\circ$. Se $AB = \sqrt{3} - 1$, quanto misura il lato DE ?</p>	$\left[\frac{\sqrt{6}}{3} \right]$
84	<p>Un triangolo equilatero è diviso da una retta passante per un suo vertice in due triangoli tali che l'area dell'uno è pari alla metà di quella dell'altro. Si determinino le ampiezze degli angoli in cui la retta divide l'angolo al vertice</p>	$\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 40.9^\circ, 60^\circ - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 19.1^\circ \right]$
Problemi risolvibili mediante equazioni 		
85	<p>Data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$, determinare un punto P di essa in modo che la relazione $AP + BP = \sqrt{6} r$ sia verificata</p>	$[B\hat{A}P = x; x_1 = 15^\circ; x_2 = 75^\circ]$
86	<p>Su una semicirconferenza di diametro $AB = 8$, considera la corda $AC = 4$ e sull'arco CB un punto P variabile, con $P\hat{A}B = x$. Calcola x in modo che il perimetro di ACPB sia 20. Calcolare poi l'area del quadrilatero corrispondente al valore di x determinato</p>	$\left[\frac{\pi}{6}; area = 12\sqrt{3} \right]$
87	<p>In una circonferenza di centro O e diametro $2r$, la corda CD divide il diametro AB, perpendicolare alla corda CD, in due parti che stanno tra loro, nel rapporto $\frac{7}{3}$. Determinare l'ampiezza dell'angolo al centro $C\hat{O}D = 2x$</p>	$\left[2 \arcsin \frac{\sqrt{21}}{5} \right]$
88	<p>In un triangolo ABC si sa che $AB + AC = 104,6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 36^\circ 22'$ e $\hat{B} = 94^\circ 16'$. Calcolare la misura dei lati del triangolo</p>	$[58,7 \text{ cm}; 45,9 \text{ cm}; 34,8 \text{ cm}]$

89	<p>Sono dati, di un triangolo rettangolo ABC, l'ipotenusa $BC = 2$ e la somma della mediana relativa al cateto AB con la metà del cateto stesso $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$. Risolvere il triangolo assumendo come incognita x l'angolo $\hat{A}BC$</p> <p style="text-align: right;">$x = 45^\circ$ triangolo rettangolo isoscele di lato obliquo $\sqrt{2}$</p>
90	<p>Calcolare l'ampiezza $2x$ dell'angolo al vertice di un triangolo isoscele, dato il rapporto $k = 2(\sqrt{2} + 1)$ tra il perimetro e l'altezza relativa alla base</p> <p style="text-align: right;">$[x = 45^\circ]$</p>
91	<p>E' data una semicirconferenza il cui diametro AB misura $2r$; tracciare una corda AC in modo che detto D l'estremo del raggio parallelo alla corda, si abbia: $\overline{AC} + \overline{CD} = 2r$. Calcolare l'angolo $\hat{C}AB$</p> <p style="text-align: right;">$[x = \hat{C}AB = 0^\circ; x = \hat{C}AB = 60^\circ]$</p>
92	<p>I lati di un triangolo sono lunghi x, $2x$ e $2\sqrt{2}x$. Si determinino le ampiezze dei tre angoli</p> <p style="text-align: right;">$[\arctan \frac{\sqrt{7}}{11} \approx 13.52^\circ; \arctan \frac{\sqrt{7}}{5} \approx 27.89^\circ; \pi - \arctan \frac{\sqrt{7}}{3} \approx 138.59^\circ]$</p>
93	<p>Nel trapezio ABCD gli angoli \hat{A} e \hat{D} sono retti e la diagonale AC forma con il lato obliquo BC un angolo di 30°. Calcolare l'ampiezza x dell'angolo $\hat{C}AB$ in modo che sia soddisfatta la relazione $\overline{AD} + \overline{DC} = \sqrt{3} \overline{AB}$</p> <p style="text-align: right;">$[x = 15^\circ]$</p>
94	<p>È dato l'angolo retto $x\hat{O}y$ ed il punto P della sua bisettrice per il quale $\overline{OP} = a$. Condurre per P una trasversale in modo che dette A e B le sue intersezioni con i lati x e y, si abbia $\frac{1}{PA} + \frac{1}{PB} = \frac{\sqrt{3}}{a}$</p> <p style="text-align: right;">$[x = \hat{PAO} = 15^\circ]$</p>
95	<p>Calcolare l'ampiezza $2x$ dell'angolo al vertice di un triangolo isoscele, dato il rapporto $k=4$ tra il perimetro e l'altezza relativa alla base</p> <p style="text-align: right;">$[x = 36,86^\circ]$</p>

96	<p>Nel triangolo ABC l'angolo in B misura $\frac{\pi}{6}$ e quello in C misura x. Determinare il valore di x in modo che detta H la proiezione ortogonale di A sulla retta BC, si abbia $\overline{BC} + \overline{HC} = \sqrt{3} \overline{AC}$</p> <p style="text-align: right;">[$x = 90^\circ$]</p>
97	<p>È data una semicirconferenza il cui diametro AB misura $2r$; si tracci la corda AC di misura $\sqrt{2}r$ e si determini sull'arco BC un punto P per il quale valga la relazione: $\overline{PA}^2 - 2\overline{PC}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\overline{AB}^2$</p> <p style="text-align: right;">[$x = P\hat{A}B = 15^\circ$]</p>
98	<p>È data una circonferenza il cui raggio misura r ed una corda AB $r\sqrt{3}$. Detta AC un'altra corda della circonferenza, si determini la misura x dell'angolo $B\hat{A}C$ in modo che risulti $\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2 = 3r^2$</p> <p style="text-align: right;">[$x = 30^\circ$]</p>
99	<p>In una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ è condotta la corda \overline{AC} di misura r. Determinare sull'arco CB un punto P in modo che il perimetro del triangolo ACP misuri $\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)r$</p> <p style="text-align: right;">[$x = P\hat{A}B = 45^\circ$]</p>
100	<p>Determinare il punto M di una semicirconferenza il cui diametro AB misura $2r$, in modo che tra le due corde interceda la relazione: $\overline{AM} + \sqrt{3}\overline{BM} = 4r$</p> <p style="text-align: right;">[$x = M\hat{A}B = 60^\circ$]</p>

101	<p>In una circonferenza di raggio r, è data la corda AB, lato del triangolo equilatero inscritto. Inscrivere nel segmento circolare che contiene il centro un triangolo isoscele CDE, con la base CD parallela alla corda, in modo che si abbia:</p> $2CD + 3EH = 2\left(\sqrt{3} + \frac{3}{4}\right)r$ <p>dove H è il piede dell'altezza del triangolo relativa alla base CD</p> <p style="text-align: right;">$[x = \widehat{CED} = 120^\circ]$</p>
102	<p>Determinare le dimensioni di un rettangolo inscritto in una circonferenza il cui raggio misura r, sapendo che il suo perimetro misura $2(\sqrt{3} + 1)r$</p> <p style="text-align: right;">$[x = \widehat{CAB} = 30^\circ; \sqrt{3}r; r]$</p>
103	<p>Si consideri il triangolo ABC avente l'angolo in \widehat{B} di 60°. Determinare l'ampiezza dell'angolo in \widehat{A}, sapendo che detta H la proiezione di A sulla retta del lato BC, vale la relazione: $\overline{AC}^2 + \overline{BH}^2 = \frac{169}{64}\overline{BC}^2$</p> <p style="text-align: right;">$[x = 90^\circ; \cos 2x = -\frac{213}{247}]$</p>
104	<p>Dall'estremità A del diametro AB di una semicirconferenza di raggio r, si tracci una semiretta AH formante con AB un angolo di 30°. Da un punto C di AB si conduca la perpendicolare al diametro e si indichino con E ed F, rispettivamente i punti di intersezione di questa perpendicolare con la retta AH e con la semicirconferenza. Determinare C in modo che risulti $\overline{CE} + \overline{CF} = \frac{\sqrt{3}+3}{3}r$</p> <p style="text-align: right;">$[AC = r; AC = r\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)]$</p>
105	<p>È dato un segmento PQ di misura $2a$. Per il punto di mezzo O del segmento PQ si tracci una semiretta OZ. Determinare la misura x dell'angolo \widehat{POZ} in modo che detta M la proiezione ortogonale di P su OZ si abbia: $PM + QM = \frac{a}{2}(1 + \sqrt{13})$</p> <p style="text-align: right;">$[x = 30^\circ; x = \arcsin \frac{\sqrt{13}-1}{4}]$</p>

106	<p>Si consideri un trapezio ABCD avente un angolo che misura 45°, un altro ampio 30° e con la base maggiore che misura 3. Se l'area del trapezio vale $2(\sqrt{3} - 1)$, quanto misura la sua diagonale minore?</p>	$[\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}]$
107	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, quanto vale l'altezza del triangolo ACD relativa al lato maggiore? Essa divide il lato maggiore di ACD in due parti: in che proporzione si trova la minore di esse con l'altezza appena calcolata?</p>	$\left[\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{7-2\sqrt{3}}}; \frac{3+\sqrt{3}}{2} \right]$
108	<p>Ancora nella situazione del problema precedente, si prolunghi l'altezza relativa ad AC di ADC dalla parte opposta a D, fino a che essa incontra AB in Q. Quanto misura l'area del triangolo ADQ appena costruito? Come si può usare questo dato per calcolare facilmente la misura di QB?</p>	$\left[\text{area} = \frac{15-8\sqrt{3}}{3}; 6 - \frac{7\sqrt{3}}{3} \right]$