

Applicazioni della trigonometria

indice

1. Applicazioni alla fisica [pag. 2](#)
2. Applicazioni alla topografia e nautica [pag. 5](#)
3. Applicazioni alla geometria solida [pag. 9](#)
4. Applicazioni alla geometria analitica [pag. 10](#)

I problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.


nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.



1	Calcolare l'angolo di inclinazione di una strada sapendo che la sua pendenza è del 12% [6°50'34"]
2	Calcolare l'inclinazione percentuale di un piano che forma un angolo di 5°42' con il pavimento [≈ 10%]
3	Calcolare l'intensità e la direzione della risultante di due forze, rispettivamente di intensità $(\sqrt{3} - 1)N$ e $2 N$, che formano tra loro un angolo di 60° [$\sqrt{6} N$; 15°]
4	Due forze F_1 e F_2 formano con la direzione della loro risultante F due angoli che misurano rispettivamente 40°32' e 49°28'. Calcolare l'intensità di F_2 sapendo che $F_1 = 49,78 N$ [42,57 N]
5	Calcolare in intensità e direzione della risultante di due forze rispettivamente di intensità 5 kg e 8 kg applicate allo stesso punto e formanti un angolo di 45° [12,06 kg; 17°2'23"]
6	La risultante di due forze che formano un angolo di 120° ha intensità 7 N. Calcolare l'altra forza sapendo che una delle componenti è di 3 N [8 N]
7	Una forza R , di intensità 10 N, è la risultante di due forze $F_1 = 5 N$ e $F_2 = 8,5 N$. Calcolare l'angolo che la risultante forma con F_1 e l'angolo che le due forze F_1 e F_2 formano tra loro [58°9'48"; 88°8'45"]

8	<p>Calcolare le due componenti di una forza di 100 kg applicate allo stesso punto che formano rispettivamente angoli di 30° e 60° con la forza risultante</p> <p>[50 kg; 86,6 kg]</p>
9	<p>Su un piano inclinato di $36^\circ 28'$ è posto un corpo del peso di 50 N. Supponendo che l'attrito sia trascurabile, determinare la forza che si deve applicare, parallelamente alla direzione del piano, , per ottenere l'equilibrio</p> <p>[29,72 N]</p>
10	<p>Una palla di massa $m = 400\text{ kg}$, soggetta al proprio peso, scende lungo uno scivolo, inclinato di 25° rispetto al suolo. Determinare la componente della forza peso che agisce nella direzione dello scivolo</p> <p>[$\approx 1658\text{ N}$]</p>
11	<p>Ad un filo verticale di massa trascurabile è appeso un corpo puntiforme di massa $0,5\text{ kg}$. Alla massa viene applicata una forza orizzontale F di modulo 2 N che la tiene in equilibrio in una posizione in cui il filo forma un angolo α con la verticale. Determinare l'ampiezza di questo angolo</p> <p>[$\approx 22^\circ 11'$]</p>
12	<p>Due corpi di massa m_1 e m_2, vincolati tra loro da una fune, si trovano in una posizione di equilibrio su due piani inclinati contigui. Sapendo che il primo piano è inclinato rispetto al piano orizzontale di 33°, che il secondo è inclinato, invece, di 40° e che $m_1 = 10\text{ kg}$, calcolare la massa dell'altro corpo</p> <p>[8,47 kg]</p>
13	<p>Un pendolo è costituito da una piccola sfera appesa a un filo lungo 80 cm. Nella posizione di riposo l'altezza della sfera dal suolo misura 60 cm, durante l'oscillazione essa raggiunge l'altezza massima dal suolo di 75 cm. Calcolare l'ampiezza dell'oscillazione</p> <p>[$35^\circ 39' 32''$]</p>
14	<p>Calcolare l'accelerazione posseduta da un corpo che scende lungo un piano inclinato di $20^\circ 10'$, supponendo che le resistenze passive siano nulle</p> <p>[$3,38\text{ m/s}^2$]</p>

15	<p>Un corpo di massa 150 kg è spinto su un piano orizzontale con superficie scabra da una forza con inclinazione verso il basso che forma un angolo di 34° con l'orizzontale. Sapendo che l'intensità della forza è 300 N e che il coefficiente di attrito è $k = 0,12$, calcolare l'accelerazione impressa al corpo in esame</p> <p style="text-align: right;">[$0,347 \text{ m/s}^2$]</p>
16	<p>Due automobili partono da ferme, dallo stesso semaforo e allo stesso istante e percorrono due strade rettilinee che formano tra loro un angolo di 60°. La prima automobile viaggia alla velocità di 30 km/h e la seconda a 60 km/h. Calcolare la distanza alla quale si troveranno le due automobili dopo un'ora</p> <p style="text-align: right;">[$30\sqrt{3} \text{ km}$]</p>
17	<p>Una forza costante di intensità 25 N è inclinata di 60° rispetto al piano orizzontale e agisce su un corpo che si sposta su questo piano di 15 m. Calcolare il lavoro che svolge la forza</p> <p style="text-align: right;">[$187,5 \text{ J}$]</p>
18	<p>Un carretto viene trascinato lungo il terreno per 10 metri. La trazione sulla corda che lo traina vale 75 N e l'angolo tra la corda e la linea orizzontale misura 28°. Determinare il lavoro compiuto dalla forza.</p> <p style="text-align: right;">[$\approx 662 \text{ J}$]</p>
19	<p>Un raggio di luce incide sulla superficie piana di separazione tra l'aria (indice di rifrazione 1) e l'acqua (indice di rifrazione $1,33$) con un angolo di incidenza di 60°.</p> <p style="text-align: right;">[$40,5^\circ$]</p>
20	<p>Determinare lo spostamento che subisce un raggio luminoso quando attraversa una lastra piana e trasparente di spessore 30 cm, sapendo che l'angolo di incidenza misura 75° e quello di rifrazione ne misura 30</p> <p style="text-align: right;">[$24,5 \text{ cm}$]</p>

21	<p>Un resistore $R = 500 \text{ ohm}$, un solenoide $L = 5 \text{ henry}$ e un condensatore $C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ farad}$ sono inseriti, in serie tra loro, in un circuito elettrico. Sapendo che il sistema è alimentato dalla tensione di rete (frequenza $f = 50 \text{ Hz}$), calcolare lo sfasamento della corrente rispetto alla tensione</p>	[ritardo $\approx 57,2^\circ$]
22	<p>$Q_1 = 4\mu\text{C}$ e $Q_2 = 2\mu\text{C}$ sono due cariche puntiformi ferme alla distanza di 5 cm l'una dall'altra. Calcolare il modulo del campo elettrostatico risultante in un punto P distante 4 cm dalla prima carica e 2 cm dalla seconda</p>	$\left[4,35 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$
23	<p>In un campo magnetico uniforme $H = 45000\pi^{-1} \text{ asp/m}$ è posta obliquamente una spira circolare di area 2500 cm^2. Determinare la misura dell'angolo formato dalla normale al piano della spira con la direzione del campo magnetico, in modo che il flusso attraverso essa sia $0,0225 \text{ weber}$</p>	$[60^\circ]$
2.topografia e nautica 		
24	<p>Marco e Luca si trovano su uno stesso piano orizzontale, ad una distanza di 600 m l'uno dall'altro, e osservano un aquilone nel cielo sotto un angolo di, rispettivamente, 75° e 67°. Determinare l'altezza dell'aquilone</p>	[866,52 m]
25	<p>Luigi si trova a 200 metri dalla base di un palazzo su cui è posta un'asta. Egli vede la cima del palazzo sotto un angolo di 30° e la punta finale dell'asta sotto uno di 32°. Determinare l'altezza del palazzo e la lunghezza dell'asta (trascurando l'altezza di Luigi)</p>	[115,47 m; 9,5 m]

26	<p>Determinare l'altezza di una torre AB, sapendo che il piede A è situato sotto il piano orizzontale passante per C, $AC = 21,40 \text{ m}$. L'angolo di elevazione è $46^\circ 45'$, mentre l'angolo di depressione è $27^\circ 30'$</p>	[30,06 m]
27	<p>Due località A e B sono poste sulle sponde opposte di un lago, un osservatore O è fermo su un belvedere da cui può osservare entrambe le località. Sapendo che l'angolo $\widehat{AOB} = 70^\circ$ e che A dista da O 850 m e B dista da O 680 m, calcolare la distanza tra le due località</p>	[909,77 m]
28	<p>Determinare l'altezza del grattacielo PQ sapendo che il suo piede P si trova più in basso dell'osservatore O e che $OP = 44,72 \text{ m}$, $\widehat{HOQ} = 56^\circ 18' 36''$, $\widehat{HOP} = 26^\circ 33' 54''$, dove H è il punto di intersezione tra il segmento PQ e il piano orizzontale passante per O</p>	[80 m]
29	<p>Una villa, a forma di quadrilatero convesso di angoli $\widehat{A} = 70^\circ$, $\widehat{B} = 130^\circ$, $\widehat{C} = 40^\circ$, $\widehat{D} = 120^\circ$, ha il lato AB lungo 40 m e il lato BC lungo 90 m. Determinare la superficie della villa</p>	[3388,26 m ²]
30	<p>Mario vede sotto un angolo zenitale di 30° un albero piantato sull'argine di un fiume opposto all'argine sul quale si trova lui; se si allontana di 40 m, l'angolo aumenta a 60°. Calcolare l'altezza dell'albero e la larghezza del letto del fiume nel caso in cui i punti di osservazione di Mario e la base dell'albero si trovino sullo stesso piano orizzontale</p>	[34,64 m; 20 m]

31	<p>In cima a una collina c'è un monastero con un campanile alto 30 m. Nella pianura sottostante c'è una casa, che usiamo come riferimento. Sapendo che l'angolo zenitale sotto cui si vede la casa dalla base del campanile misura $149^{\circ}00'$ mentre l'angolo zenitale sotto cui si vede la casa dalla sommità del campanile misura $155^{\circ}20'$, calcolare l'altezza della collina rispetto alla casa sottostante</p>	[97,29 m]
32	<p>Sopra un piedistallo CA è poggiato un obelisco AB. Consideriamo due punti D ed E posti sullo stesso piano di C ed allineati con esso (con D più vicino a C rispetto ad E), sapendo che $DE = 22,34 \text{ m}$ e dopo aver misurato $C\hat{D}B = 73^{\circ}20'$, $C\hat{D}A = 25^{\circ}34'$ e $C\hat{E}B = 43^{\circ}20'$, calcolare l'altezza dell'obelisco</p>	[25,12 m]
33	<p>Una piazza ha la forma di un quadrilatero convesso i cui lati misurano $AB = 58 \text{ m}$, $BC = 53 \text{ m}$; $CD = 104 \text{ m}$ e $DA = 82 \text{ m}$. Sapendo che l'angolo $D\hat{A}B = 112^{\circ}42'$, calcolare l'area della piazza</p>	[4949,59 m ²]
34	<p>Un topografo vuole calcolare la distanza tra due campanili A e B, a tale scopo crea una base CD lunga 2 Km. Dal punto C misura gli angoli $A\hat{C}D = 88^{\circ}20'$; e $B\hat{C}D = 57^{\circ}35'20''$, mentre dal punto D misura $C\hat{D}A = 14^{\circ}39'45''$ e $C\hat{D}B = 60^{\circ}25'$ Calcolare la distanza tra A e B</p>	[1546,40 m]
35	<p>Una barca con una rotta di 130°, rispetto al Nord, rileva un faro sotto un angolo di $32^{\circ}20'$; dopo aver percorso 5 miglia marine (1 miglio marino $\approx 1852 \text{ m}$), lo rileva sotto un angolo di $12^{\circ}13'$. Calcolare le distanze della nave dal faro negli istanti in cui vengono fatti i rilevamenti</p>	[12,86 miglia; 14,41 miglia]

36	<p>Sulla riva di un lago, su di una torretta all'altezza di 50 m dallo specchio dell'acqua, si trova un osservatore. Egli vede in lontananza una mongolfiera e misura un angolo di depressione riferito al cestello di 35°.</p> <p>Successivamente scende alla base della torretta e misura un angolo di elevazione, rispetto di 50°.</p> <p>Determinare a quale altezza si trova il cestello della mongolfiera rispetto allo specchio d'acqua</p>	[31,50 m]
37	<p>Un osservatore si trova sul terrazzo di un grattacielo di forma rettangolare, indichiamo con A e B i due vertici del terrazzo fronte strada, sappiamo che essi distano tra loro 80 m.</p> <p>Guardando verso il basso vede un albero sul marciapiede opposto. Indichiamo con C la base dell'albero.</p> <p>Del triangolo ABC sappiamo che $C\hat{A}B = 75^\circ 15'$ e $A\hat{B}C = 69^\circ 39'$ e sapendo che l'angolo che la direzione BC forma con la verticale in B è $125^\circ 33'$, determinare l'altezza del grattacielo.</p> <p>n.b. il triangolo ABC si trova su un piano inclinato</p>	[78,23 m]
38	<p>La rotta di una nave è $\alpha = N - NE$. Dalla nave viene rilevato uno scoglio sotto un angolo di $\alpha + 90^\circ$; dopo che la nave ha percorso 3,75 miglia marine (1 miglio marino ≈ 1852 m), lo stesso scoglio viene rilevato sotto un angolo di $138^\circ 45'$.</p> <p>Determinare la distanza della nave dallo scoglio al momento del primo e del secondo rilevamento</p>	[7,60 miglia; 8,48 miglia]
39	<p>Mario vuole calcolare l'altezza di un monte V rispetto alla sua postazione P. Prende per base la distanza $PQ = 483$ m dal punto noto Q situato sulla cima di un altro monte. Sapendo che il valore degli angoli $P\hat{Q}V = 54^\circ 48'$, $Q\hat{P}V = 50^\circ 39'$ e l'angolo che la direzione PV forma con il piano orizzontale è di $68^\circ 24'$, qual è l'altezza del monte V rispetto a P</p> <p>n.b. il triangolo PQV si trova su un piano inclinato</p>	[380,72 m]
40	<p>Sull'argine di un canale è costruito un centro commerciale. Antonio, che si trova sulla sponda opposta dell'argine, vede la costruzione sotto un angolo di $59^\circ 25'$; se si allontana dal palazzo di 38,25 m la vede, invece, sotto un angolo di $29^\circ 19'$.</p> <p>Calcolare l'altezza del centro commerciale, nel caso in cui Antonio si trova sullo stesso piano della base della costruzione</p>	[32,15 m]

3.geometria solida



41	<p>Una piramide regolare a base quadrata ha uno spigolo laterale che misura $3(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ e che forma un angolo di 75° con la diagonale della base. Determinare la misura dell'angolo della faccia laterale col piano di base e il volume del cono circolare retto inscritto nella piramide</p> $\left[\arctan \sqrt{2}(2 + \sqrt{3}); \frac{9(2 + \sqrt{3})\pi}{2} \right]$
42	<p>La diagonale di un parallelepipedo rettangolo misura $\sqrt{5}$; gli spigoli della base misurano $\frac{3}{2}$ e $\frac{\sqrt{6}}{2}$. Determinare l'ampiezza dell'angolo che la diagonale forma con la diagonale di base</p> $[30^\circ]$
43	<p>Il triangolo ABC, rettangolo in B, è la base di una piramide ABCV; lo spigolo VC è perpendicolare alla base e la faccia ABV ha un angolo retto in B. Sapendo che $VA = 8$, $V\hat{A}B = 30^\circ$, $C\hat{B}V = 45^\circ$, trovare l'ampiezza dell'angolo $A\hat{C}B$ e il volume della piramide</p> $\left[\tan A\hat{C}B = \sqrt{6}; \frac{16}{3}\sqrt{3} \right]$
44	<p>Un trapezio isoscele ABCD è circoscritto a una semicirconferenza di diametro $2r$. Determinare l'angolo acuto sapendo che il rapporto fra il volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore e quello della sfera di raggio r è $\frac{2}{3}\sqrt{3}$</p> $\left[60^\circ \vee 2 \arctan \frac{\sqrt{3}}{5} \right]$

4.geometria analitica



45	Calcolare l'area del triangolo formato dall'origine e dall'intersezione della retta $x = 2$ con l'asse delle ascisse e la retta $y = \sqrt{3}x$	$[2\sqrt{3}]$
46	Determinare l'equazione del fascio di rette che forma un angolo di $125^{\circ}48'$ con il semiasse positivo delle ascisse	$[y = -1,39x + q]$
47	Calcolare l'ampiezza dell'angolo che una qualunque delle rette del fascio delle perpendicolari alla retta di equazione $y + \sqrt{3}x + 2 = 0$ forma con la direzione positiva dell'asse delle ascisse	$[30^{\circ}]$
48	Calcolare l'ampiezza degli angoli formati dalle rette $r: y = x - 1$ e $s: (2 - \sqrt{3})x - y - 1 = 0$	$[30^{\circ}; 150^{\circ}]$
49	Determinare l'ampiezza degli angoli formati dalle rette $r: 3x - 4y - 1 = 0$ e $s = x + y + 3 = 0$	$[\tan \alpha = 7; \alpha_1 = 81^{\circ}52'; \alpha_2 = 98^{\circ}08']$
50	Determinare l'equazione dell'ellisse riferita agli assi, con i fuochi sull'asse x e che ha due vertici nei punti $A(-2\sqrt{3}; 0)$ e $B(0; 2)$. Indicato con F il fuoco con ascissa negativa, calcola il coseno dell'angolo $A\hat{F}B$. Determina inoltre l'area del triangolo AFB ed il raggio della circonferenza ad esso circoscritta	$[x^2 + 3y^2 = 12; \cos \hat{F} = -\frac{\sqrt{6}}{3}; \text{area} = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) 2\sqrt{3}]$