Algebra dei limiti

PASSED

algebra dei limiti

Le regole dell'algebra dei limiti di seguito presentate si applicano *esclusivamente* al calcolo dei limiti e non nell'ambito dell'algebra classica.

Ricordiamo che nell'algebra classica si ha:	$a^0 = 1 \quad a \neq 0$	$\frac{0}{a} = 0 \quad a \neq 0$

Nell'algebra dei limiti valgono le regole di sotto riportate dove $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ e $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$

rapporti tra numeri ed infiniti

$\frac{a}{0} = \pm\infty \quad a \neq 0$	$\frac{a}{\pm\infty} = 0$	$\frac{\pm\infty}{0} = \pm\infty$	$\frac{0}{\pm\infty} = 0$

somme, prodotti e rapporti tra numeri ed infiniti

$+\infty \pm a = +\infty$	$-\infty \pm a = -\infty$	$\pm\infty \cdot a = \pm\infty$	$\frac{\pm\infty}{a} = \pm\infty$

somme e prodotti tra infiniti

$+\infty + \infty = +\infty$	$-\infty - \infty = -\infty$	$(\pm\infty) \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$	

potenze con infiniti

$+\infty^a = +\infty \quad a > 0$	$+\infty^a = 0 \quad a < 0$	$(-\infty)^n = +\infty \quad n \text{ pari}$	$(-\infty)^n = -\infty \quad n \text{ dispari}$
$+\infty^{+\infty} = +\infty$	$+\infty^{-\infty} = 0$	$0^{+\infty} = 0$	$0^{-\infty} = +\infty$

con il simbolo ∞ si intende $\pm\infty$, se si vuole indicare **più** infinito bisogna scrivere $+\infty$ così per **meno** infinito $-\infty$

il segno $\pm$ davanti a ∞ **nei precedenti risultati** va stabilito in base alla regola dei segni (vedi schede successive)

forme indeterminate

Nel calcolo dei limiti si possono presentare i seguenti sette casi dette forme indeterminate.

Per poterle risolvere sono necessari altri procedimenti che saranno illustrati in schede successive.

$\frac{0}{0}$	$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$	$0 \cdot (\pm\infty)$	$+\infty - \infty$	0^0	$1^{\pm\infty}$	$+\infty^0$

esempi di calcolo di limiti che si presentano in forme Determinate

Per calcolare i limiti degli esempi proposti di seguito si procede nel seguente modo:

1. si sostituisce al posto della x nel testo della funzione il valore a cui tende la x nel limite
2. si sviluppano i calcoli tenendo conto dell'algebra classica, dell'algebra dei limiti e dei grafici delle funzioni elementari

$$\lim_{x\to 2} 2x^3+x^2-3x-1 = 2\cdot(2^3)+(2)^2-3\cdot(2)-1 = 2\cdot 8+4-6-1 = 16+4-6-1 = 13$$

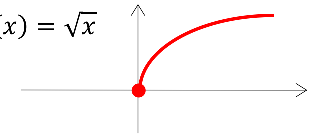
$$\lim_{x\to +\infty} 2x^3+x^2+1 = 2\cdot(+\infty)^3+(+\infty)^2+1 = 2\cdot(+\infty)+(+\infty)+1 = +\infty+\infty+1 = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(0)^2-4}{(0)+2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\lim_{x\to 3} \left(\frac{3+x}{x+2}\right)^{x-3} = \left(\frac{3+3}{3+2}\right)^{3-3} = \left(\frac{6}{5}\right)^{0} = 1$$

$$\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2-2} = \sqrt{(-\infty)^2-2} = \sqrt{+\infty-2} = \sqrt{+\infty} = +\infty$$

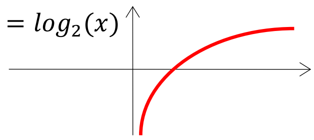
$f(x)=\sqrt{x}$



$$\lim_{x\to -\infty} \log_2(2x^2+1) = \log_2(2(-\infty)^2+1) =$$

$$= \log_2(2\cdot(+\infty)+1) = \log_2(+\infty) = +\infty$$

$f(x)=\log_2(x)$



$$\lim_{x\to 2} \frac{7}{4-2^x} = \frac{7}{4-2^2} = \frac{7}{4-4} = \frac{7}{0} = \pm\infty$$

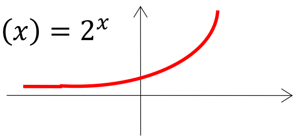
in seguito si vedrà come stabilire il segno dell'infinito

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin(x)}-1}{\cos x+2} = \frac{e^{\sin(0)}-1}{\cos(0)+2} = \frac{e^0-1}{1+2} = \frac{1-1}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\lim_{x\to -\infty} \log_5[\sin^2(2^x+\pi)] = \log_5[\sin^2(2^{-\infty}+\pi)] = \log_5[\sin^2((0)+\pi)]$$

$$= \log_5[\sin^2(\pi)] = \log_5(0^2) = \log_5(0^+) = -\infty$$

$f(x)=2^x$



I due esercizi che seguono sono esempi di calcolo di limite che si presentano in **forma indeterminata.**
Nelle schede successive verranno trattati questi casi

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3(+\infty)^2}{4(+\infty)^2} = \frac{3(+\infty)}{4(+\infty)} = \frac{+\infty}{+\infty}$$

$$\lim_{x\to +\infty} 3x^2-2x = 3(+\infty)^2-2(+\infty) = 3(+\infty)-\infty = +\infty-\infty$$