Esercizi e Problemi

trovare i due lati incogniti dei seguenti triangoli rettangoli in γ

1	$a = 336$ $tg\,\beta = \frac{168}{95}$	$b = 190$ $c = 386$	6	$c = 650$ $tg\,\alpha = \frac{36}{323}$	$a = 72$ $b = 646$
2	$c = 68$ $\cos\alpha = \frac{8}{17}$	$a = 60$ $b = 32$	7	$c = 74$ $tg\,\beta = \frac{35}{12}$	$a = 24$ $b = 70$
3	$c = 148$ $\sin\beta = \frac{12}{37}$	$a = 140$ $b = 48$	8	$a = 79$ $\cos\alpha = \frac{24}{19}$	*Impossibile. Come mai?*
4	$b = 90$ $\sin\alpha = \frac{12}{13}$	$a = 216$ $c = 234$	9	$b = 34$ $\cos\beta = \frac{144}{145}$	$a = 288$ $c = 290$
5	$a = 84$ $\cos\beta = \frac{21}{29}$	$b = 80$ $c = 116$	10	$a = 147$ $\sin\beta = \frac{4}{5}$	$b = 196$ $c = 245$

calcolare il perimetro e l'area dei seguenti triangoli acutangoli

11	$b = \frac{4}{5}$ $c = 1$ $\cos\alpha = \frac{3}{5}$	$2p = \frac{9+\sqrt{17}}{5}$ $A = \frac{8}{25}$	16	$a = \frac{9}{4}$ $tg\,\beta = \frac{21}{20}$ $\cos\gamma = \frac{33}{65}$	$2p = \frac{441}{74}$ $A = \frac{243}{148}$
12	$a = \frac{3}{2}$ $\cos\alpha = \frac{40}{41}$ $\cos\beta = \frac{4}{5}$	$2p = \frac{171}{50}$ $A = \frac{3591}{8000}$	17	$a = 2$ $b = \frac{1}{2}$ $\sin\gamma = \frac{15}{17}$	$2p = \frac{5}{2}\left(1 + \frac{3\sqrt{17}}{17}\right)$ $A = \frac{15}{34}$
13	$a = 5$ $c = 1$ $tg\,\beta = \frac{7}{24}$	$2p = 6 + \frac{\sqrt{82}}{\sqrt{5}}$ $A = \frac{7}{10}$	18	$a = \frac{3}{5}$ $b = \frac{8}{5}$ $c = \frac{7}{5}$	$2p = \frac{18}{5}$ $A = \frac{6\sqrt{3}}{25}$
14	$c = \frac{185}{63}$ $tg\,\gamma = \frac{4}{3}$ $tg\,\beta = \frac{104}{153}$	$2p = \frac{26}{3}$ $A = \frac{572}{189}$	19	$a = \frac{1}{3}$ $b = \frac{2}{9}$ $\cos\gamma = \frac{24}{25}$	$2p = \frac{5}{9} + \frac{\sqrt{37}}{45}$ $A = \frac{7}{675}$
15	$a = \frac{1}{4}$ $b = \frac{1}{6}$ $c = 2$	*Impossibile. Come mai?*	20	$b = \frac{25}{48}$ $\sin\gamma = \frac{253}{325}$ $tg\,\alpha = \frac{24}{7}$	$2p = \frac{23}{8}$ $A = \frac{253}{960}$

classificare i triangoli di lati a, b, c noti in acutangoli, rettangoli o ottusangoli

21	$a = \frac{6}{5}$ $\quad b = 2$ $\quad c = \frac{12}{7}$	*Acutangolo*	26	$a = \frac{9}{8}$ $\quad b = \frac{10}{9}$ $\quad c = \frac{1}{2}$	*Acutangolo*
22	$a = 10$ $\quad b = \frac{7}{9}$ $\quad c = \frac{48}{5}$	*Ottusangolo in* α	27	$a = \frac{41}{5}$ $\quad b = 8$ $\quad c = \frac{9}{5}$	*Rettangolo in* α
23	$a = \frac{7}{3}$ $\quad b = \frac{10}{7}$ $\quad c = \frac{13}{7}$	*Acutangolo*	28	$a = \frac{8}{7}$ $\quad b = \frac{2}{3}$ $\quad c = \frac{10}{7}$	*Ottusangolo in* γ

24	$a=\frac{16}{3}\quad b=\frac{34}{3}\quad c=10$	*Rettangolo in* β	29	$a=3\quad b=\frac{9}{2}\quad c=\frac{31}{8}$	*Acutangolo*
25	$a=\frac{5}{7}\quad b=\frac{5}{3}\quad c=1$	*Ottusangolo in* β	30	$a=\frac{7}{2}\quad b=\frac{6}{5}\quad c=\frac{37}{10}$	*Rettangolo in* γ

	risolvere i seguenti problemi
31	Di un parallelogramma si sa che due dei suoi lati sono lunghi $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{2}$, mentre uno dei suoi angoli ha tangente pari a $\frac{8}{15}$. Quanto vale la sua area? $\left[\frac{20}{51}\right]$
32	Di un parallelogramma si sa che le sue diagonali sono lunghe 4 e 9; inoltre il coseno di uno degli angoli da esse formati vale $-\frac{35}{37}$. Quanto vale l'area del parallelogramma? $\left[\frac{216}{37}\right]$
33	La mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è lunga $\frac{5}{2}$ e forma con l'ipotenusa un angolo la cui tangente vale $-\frac{5}{12}$. Si determinino area e perimetro del triangolo. $\left[A=\frac{125}{52},\ \ 2p=5\left(1+\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{13}}\right)\right]$
34	Si trovino le ampiezze degli angoli di un triangolo rettangolo le proiezioni dei cui cateti sull'ipotenusa misurano l'una il triplo dell'altra. $[30°,\ 60°]$
35	Di un trapezio isoscele si sa che il lato obliquo misura 17, mentre un altro lato è lungo 1. Inoltre il coseno di uno dei suoi angoli vale $\frac{15}{17}$. Se ne determini l'area. [128]
36	Dato un triangolo isoscele ABC di vertice B, si traccino le bisettrici AE e CD degli angoli alla base. Sapendo che AC=CD e AB=$\sqrt{2}$, si trovi l'area del triangolo. $\left[\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}\right]$
37	Dato un trapezio isoscele ABCD le cui diagonali si intersecano nel punto E, si calcoli l'area sapendo che DE=2 , AE=6 e $sin\,D\hat{E}A=\frac{3}{4}$. [24]
38	Una circonferenza di raggio 2 è inscritta in un triangolo isoscele il cui angolo al vertice α è tale che $tg\ \alpha=\sqrt{8}$. Si determini l'area del triangolo. $[4\sqrt{2}(2+\sqrt{3})]$
39	Un rettangolo ABCD con AB = 6 e CB = ½ è diviso in tre sezioni da due rette parallele passanti per D e B. Detti E ed F i punti in cui tali parallele intersecano i lati CD e AB, si determini la lunghezza di EF sapendo che $tg\ A\hat{B}E=\frac{1}{3}$ $\left[\frac{\sqrt{37}}{2}\right]$
40	Un triangolo equilatero è diviso da una retta passante per un suo vertice in due triangoli tali che l'area dell'uno è pari alla metà di quella dell'altro. Si determinino le ampiezze degli angoli in cui la retta divide l'angolo al vertice. $\left[arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx 40.9°,\ \ 60°-arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\approx 19.1°\right]$
41	Il rombo ABCD ha il lato che misura 30 ℓ e che forma con una diagonale un angolo di ampiezza α tale che $4-5sen\alpha=0$. Calcolare l'area del rombo $[A=864\ell^2]$
42	Il perimetro di un rombo misura 520 ℓ; una diagonale forma con un lato un angolo avente cosecante $\frac{13}{5}$. Determinare l'area del rombo $[A=12000\ell^2]$
43	Due lati di un triangolo misurano 60 ℓ, 120 ℓ e l'angolo tra essi compreso ha ampiezza $\frac{\pi}{3}$. Calcolare l'area di tale triangolo $[A=1800\sqrt{3}\ell^2]$

44	Calcolare l'area di un triangolo avente due lati che misurano 3ℓ e 12ℓ e l'angolo tra essi compreso avente seno $\frac{2}{3}$ $[A = 12\ell^2]$
45	Si calcoli la lunghezza della corda sottesa da un angolo al centro ampio 150° in una circonferenza il cui perimetro misura $\frac{2\pi}{1+\sqrt{3}}$. Quanto vale l'area del triangolo isoscele che ha per base la corda e per vertice il centro della circonferenza? $[\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{1}{8(\sqrt{3}+2)}]$
46	Si calcoli l'area della circonferenza tale che tutte le corde di lunghezza $2\sqrt{5}$ siano sottese da angoli al centro ampi 60°. Quanto vale l'area del triangolo che ha per base una di dette corde e per vertice il centro della circonferenza? $[20\pi ; 5\sqrt{3}]$
47	Quanto è ampio l'angolo al centro che sottende, in una circonferenza di perimetro $\sqrt{2}\,\pi$, una corda lunga 1? E l'angolo alla circonferenza? Quante sono le possibili soluzioni? [90° ; l'angolo alla circonferenza può essere ampio 45° o 135°]
48	Si considerino due angoli al centro AOB e COD di una circonferenza di raggio 1 disposti in tal modo che le corde da essi sottese risultino parallele. Se AOB = 30° e COD = 120°, qual è l'area del quadrilatero ABCD? $[\frac{(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{3})}{4}]$
49	Quanto vale il lato di un dodecagono regolare inscritto nella circonferenza di raggio unita-rio? E quanto vale la sua area? Che teoremi si possono usare per calcolare questi risultati? $[\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} ; 3]$
50	Sia dato un triangolo ABC con AB = 1, AC = $\sqrt{2}$ e ACB = 30°. Quanto misura l'angolo CAB? Quanto misura l'altezza relativa al lato CB? Qual è il valore dell'area di ABC? $[105° ; \frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{1+\sqrt{3}}{4}]$
51	Dato un triangolo equilatero ABC, si costruiscano la bisettrice CH dell'angolo ACB e la bisettrice CK dell'angolo ACH, con H e K appartenenti al segmento AB. Se il lato del triangolo ABC misura 1, quanto è lungo il segmento CK? Quanto vale l'area del triangolo KBC? $[\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} ; \frac{3-\sqrt{3}}{4}]$
52	Con riferimento al problema precedente, si tracci la bisettrice dell'angolo A, e siano L, M, P le sue intersezioni rispettivamente con CK, CH, CB. Quanto misura il segmento AL? Quanto vale l'area del triangolo CLM? $[\frac{\sqrt{3}-1}{2} ; \frac{3-\sqrt{3}}{24}]$
53	Ancora con riferimento al problema precedente, si costruisca la parallela a CH passante per L, e sia N la sua intersezione con il lato AC. Cosa si può dire dei lati CN, NL ed AL? Quanto vale l'area del quadrilatero PLNC? [I tre lati citati sono uguali; $\frac{3-\sqrt{3}}{8}$]
54	Si consideri un pentagono regolare ABCDE, e in esso si traccino i segmenti EB ed AC. Detta F l'intersezione di detti segmenti, quanto misura il lato EF? Quanto misura FA? Quanto vale l'area del triangolo AFE? Si esprimano tutti i risultati in funzione del generico lato ℓ del pentagono. $[\ell ; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\ell = \frac{1}{\varphi}\ell ; \frac{\sqrt[4]{5}}{4\sqrt{\varphi}}\ell^2]$
55	Sia data una circonferenza di raggio unitario ed AB una sua corda lunga $\sqrt{2}$. Detto ACB uno degli angoli acuti alla circonferenza che sottendono AB, quanto misura AC se CB = $\sqrt{3}$? $[\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}]$

56	Si consideri un quadrilatero ABCD con i lati che misurano AB = 1, BC = $\sqrt{2}$, CD = $\sqrt{3}$ e AD = 2. Se l'angolo in C misura 30°, quanto misurerà l'angolo in A? [45°]
57	Si dica quanto misurano gli angoli interni del triangolo isoscele di base $\sqrt{5}-1$ e lati obli-qui 2. Inoltre si spieghi perché questo problema è ben posto: si potrebbe fare la stessa richiesta se in luogo di un triangolo si avesse un quadrilatero? [36°, 72°, 72° ; no]
58	Quanto misurano le diagonali di un parallelogramma di perimetro 9 con due angoli che misurano uno il doppio dell'altro e due lati anch'essi misuranti uno il doppio dell'altro ? [$\frac{3\sqrt{3}}{2}$; $\frac{3\sqrt{7}}{2}$]
59	Si consideri un parallelogramma avente le diagonali lunghe $2+\sqrt{2}$ e $2\sqrt{3+\sqrt{7}}$ rispetti-vamente. Se uno degli angoli del quadrilatero misura 45°, quanto sono lunghi i lati? [$\sqrt{2}$; $1+\sqrt{7}$]
60	Si consideri un trapezio avente un angolo che misura 45°, un altro ampio 30° e con la base maggiore misurante 3. Se l'area del quadrilatero vale $2(\sqrt{3}-1)$, quanto misura la sua dia-gonale minore? [$\sqrt{7-2\sqrt{3}}$]
61	Nella stessa situazione del problema precedente, quanto vale l'altezza del triangolo ACD relativa al lato maggiore? Essa divide il lato maggiore di ACD in due parti: in che propor-zione si trova la minore di esse con l'altezza appena calcolata? [$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{7-2\sqrt{3}}}$; $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$]
62	Ancora nella situazione del problema 18, si prolunghi l'altezza relativa ad AC di ADC dalla parte opposta a D, fino a che essa incontra AB in Q. Quanto misura l'area del triangolo ADQ testé costruito? Come si può usare questo dato per calcolare facilmente la misura di QB? [$\frac{15-8\sqrt{3}}{3}$; $6-\frac{7\sqrt{3}}{3}$]