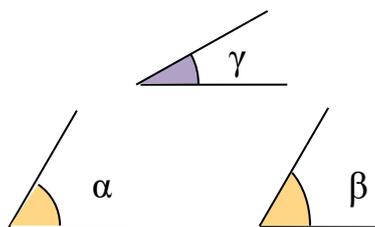


## la congruenza

### teoremi sugli angoli

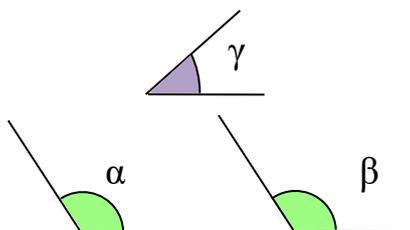


#### teorema sugli angoli complementari

Se due angoli sono complementari di uno stesso angolo  
**allora** sono congruenti

In generale:

Se due angoli sono complementari di due angoli congruenti  
**allora** sono congruenti

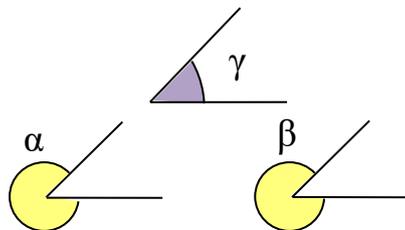


#### teorema sugli angoli supplementari

Se due angoli sono supplementari di uno stesso angolo  
**allora** sono congruenti

In generale:

Se due angoli sono supplementari di due angoli congruenti  
**allora** sono congruenti

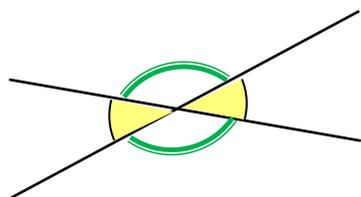


#### teorema sugli angoli esplementari

Se due angoli sono esplementari di uno stesso angolo  
**allora** sono congruenti

In generale:

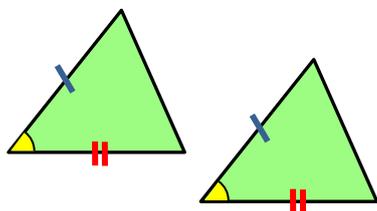
Se due angoli sono esplementari di due angoli congruenti  
**allora** sono congruenti



#### teorema sugli angoli opposti al vertice

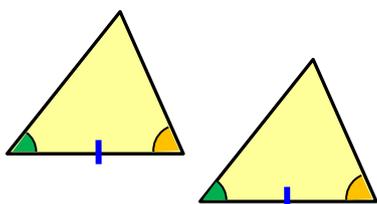
Gli angoli opposti al vertice sono congruenti

### teoremi sui triangoli



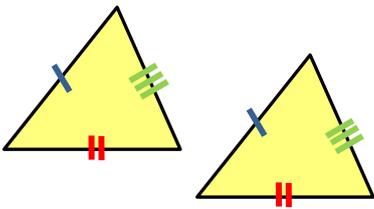
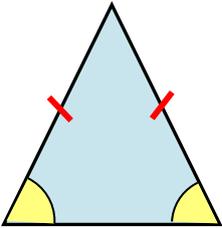
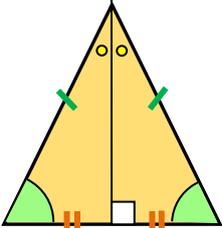
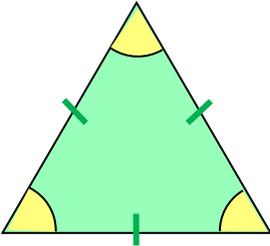
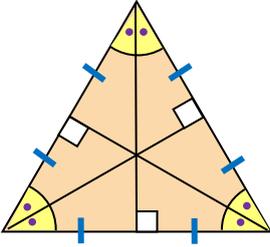
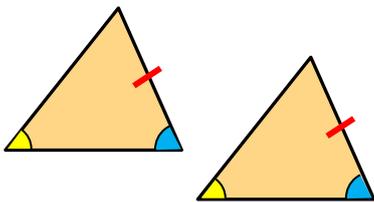
#### I criterio di congruenza

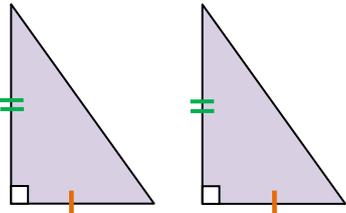
Se due triangoli hanno due lati e l'angolo tra essi compreso congruenti  
**allora** sono congruenti

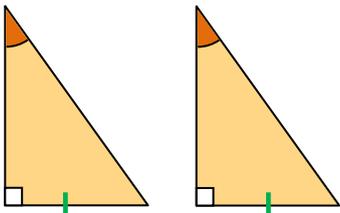


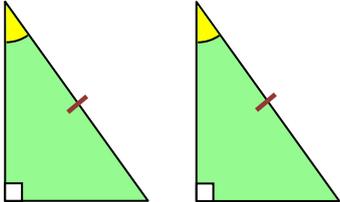
#### II criterio di congruenza

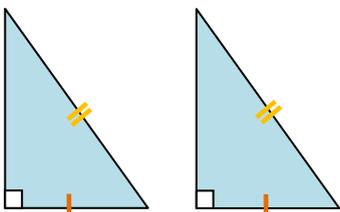
Se due triangoli hanno due angoli e il lato tra essi compreso congruenti  
**allora** sono congruenti

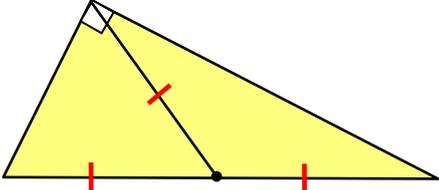
	<p style="text-align: center;"><b>III criterio di congruenza</b></p> <p><b>Se due triangoli hanno i tre lati congruenti allora sono congruenti</b></p>
	<p style="text-align: center;"><b>teorema sul triangolo isoscele</b></p> <p><b>Se un triangolo è isoscele allora gli angoli adiacenti alla base sono congruenti</b></p> <p style="text-align: right;">Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se un triangolo ha due angoli congruenti allora il triangolo è isoscele</b></p>
	<p style="text-align: center;"><b>II teorema sul triangolo isoscele</b></p> <p><b>Se un triangolo è isoscele allora la bisettrice dell'angolo al vertice è mediana e altezza relativa alla base</b></p> <p style="text-align: right;">Vale anche:</p> <p>In un triangolo isoscele</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• la mediana relativa alla base è bisettrice dell'angolo al vertice e altezza relativa alla base</li> <li>• l'altezza relativa alla base è mediana relativa alla base e bisettrice dell'angolo al vertice</li> </ul>
	<p style="text-align: center;"><b>I teorema sul triangolo equilatero</b></p> <p><b>Se un triangolo è equilatero allora gli angoli sono tutti congruenti</b></p> <p style="text-align: right;">Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se un triangolo ha tutti gli angoli congruenti allora è un triangolo equilatero</b></p>
	<p style="text-align: center;"><b>II teorema sul triangolo equilatero</b></p> <p><b>Se un triangolo è equilatero allora le tre mediane coincidono con le tre bisettrici, con le tre altezze e con i tre assi</b></p>
	<p style="text-align: center;"><b>II criterio di congruenza generalizzato</b></p> <p><b>Se due triangoli hanno due angoli e un lato congruenti allora sono congruenti</b></p>

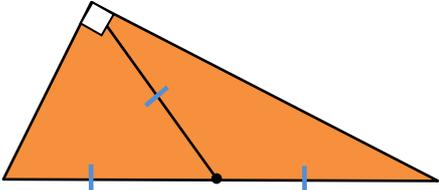
	I criterio di congruenza dei triangoli rettangoli
	<p>Se due triangoli rettangoli hanno i due cateti congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p>

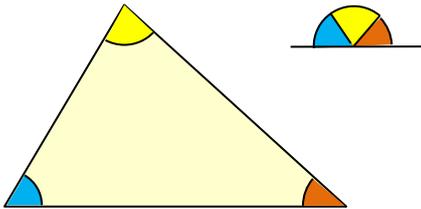
	II criterio di congruenza dei triangoli rettangoli
	<p>Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto opposto congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p>
	<p>Vale anche: Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto adiacente congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p>

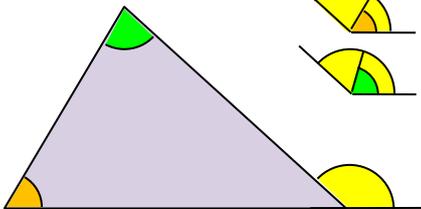
	III criterio di congruenza dei triangoli rettangoli
	<p>Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un angolo acuto congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p>

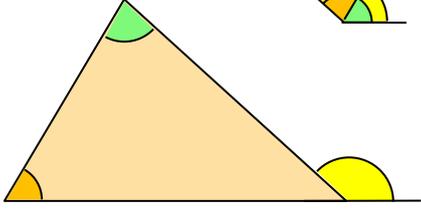
	IV criterio di congruenza dei triangoli rettangoli
	<p>Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un cateto congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p>

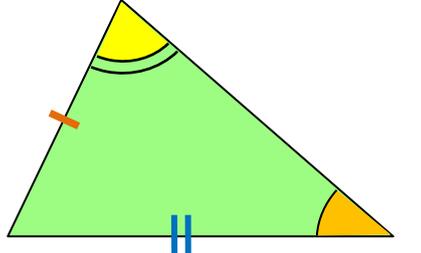
	teorema della mediana in un triangolo rettangolo
	<p>In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa</p>

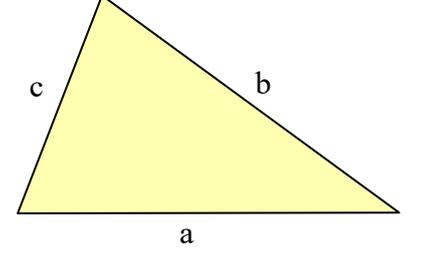
	teorema inverso della mediana in un triangolo rettangolo
	<p>Se in un triangolo la mediana relativa al lato maggiore è congruente alla metà di questo <b>allora</b> il triangolo è rettangolo</p>

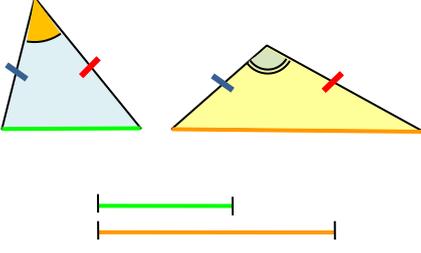
	teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo
	<p>In un triangolo la somma degli angoli interni è congruente a un angolo piatto</p>

	I teorema dell'angolo esterno
	<p>In un triangolo ogni angolo esterno è maggiore di ciascun angolo interno non adiacente ad esso</p>
	<p>Osserva che: La somma di due angoli di un triangolo è minore di un angolo piatto</p>

	II teorema dell'angolo esterno
	<p>In un triangolo ogni angolo esterno è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso</p>

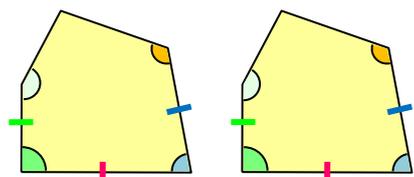
	I teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo
	<p>Se un triangolo ha due lati disuguali allora al lato maggiore si oppone l'angolo maggiore</p>
	<p>Vale anche: Se un triangolo ha due angoli disuguali allora all'angolo maggiore si oppone il lato maggiore</p>

	II teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo
	<p>In un triangolo ogni lato:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• è minore della somma degli altri due</li> <li>• è maggiore della differenza degli altri due</li> </ul>
	<p>Ad esempio:  <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>a &lt; b + c</math> oppure <math>b &lt; a + c</math> oppure <math>c &lt; a + b</math></li> <li>• <math>a &gt; b - c</math> oppure <math>b &gt; a - c</math> oppure <math>c &gt; a - b</math></li> </ul> </p>

	relazione tra gli elementi di due triangoli
	<p>Se due triangoli hanno due lati congruenti e gli angoli compresi disuguali allora dei terzi lati è maggiore quello opposto all'angolo maggiore</p>
	<p>Vale anche l'inverso: Se due triangoli hanno due lati congruenti e i terzi lati diseguali allora degli angoli opposti ai terzi lati è maggiore quello opposto al lato maggiore</p>

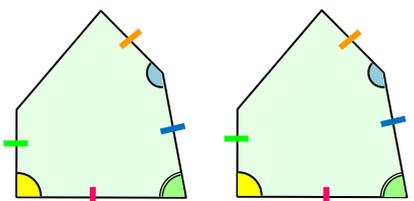
## teoremi sui poligoni

### I criterio di congruenza dei poligoni



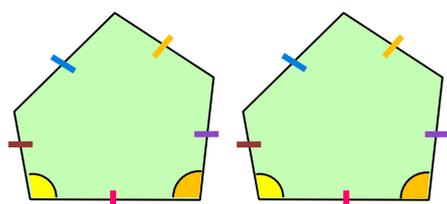
Se due poligoni con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **due** lati consecutivi e dell'angolo compreso **allora** essi sono congruenti

### II criterio di congruenza dei poligoni



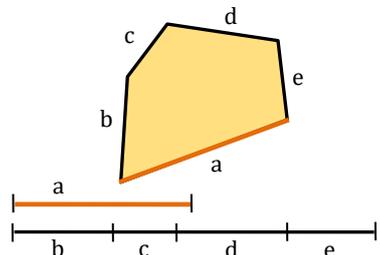
Se due poligoni con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **due** angoli e del lato compreso **allora** essi sono congruenti

### III criterio di congruenza dei poligoni



Se due poligoni convessi con lo stesso numero di lati hanno congruenti tutti i lati e gli angoli compresi ad *eccezione* di **tre** angoli consecutivi **allora** essi sono congruenti

### teorema sulle disuguaglianze dei lati di un poligono

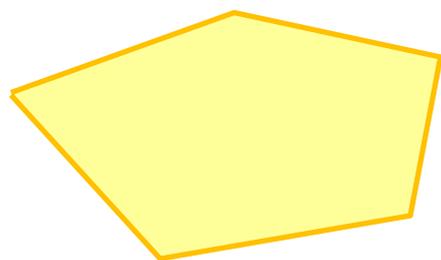


In un poligono ogni lato è minore della somma di tutti gli altri lati

Ad esempio:

$$a < b + c + d + e \text{ oppure } b < a + c + d + e \text{ oppure } c < a + b + d + e \dots$$

### teorema sulla somma degli angoli interni ed esterni di un poligono

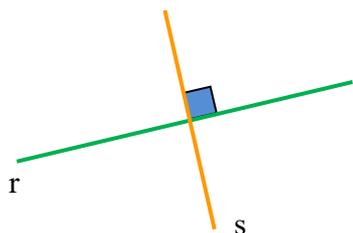


La somma dei angoli **interni** di un poligono convesso di **n** lati è uguale ad  $(n-2)$  angoli piatti cioè:  $(n - 2) \cdot 180^\circ$

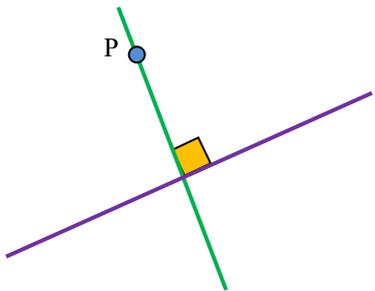
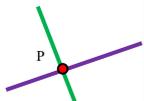
La somma dei angoli **esterni** di un poligono convesso è uguale a **360°**

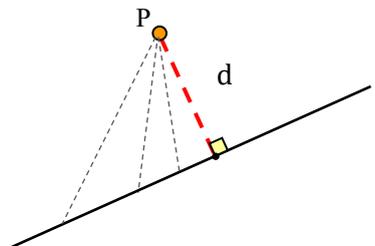
## teoremi sulle rette perpendicolari e sulle rette parallele

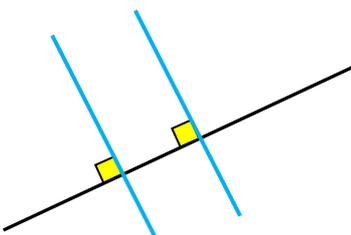
### teorema sulle rette perpendicolari

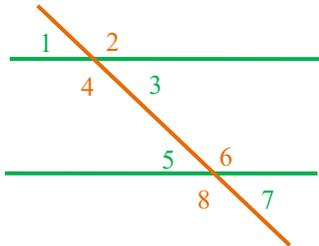


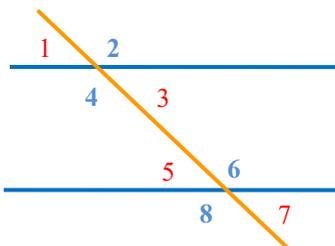
Se due rette incidenti formano un angolo retto **allora** esse sono perpendicolari

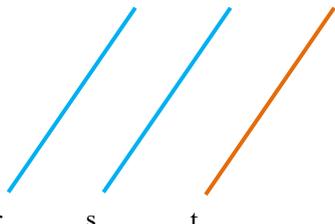
	teorema sull'esistenza ed unicità della retta perpendicolare	
	Da un punto esterno ad una retta passa una ed una sola perpendicolare alla retta stessa	
	Osserva che:	
	Il teorema vale anche nel caso in cui il punto appartiene alla retta	

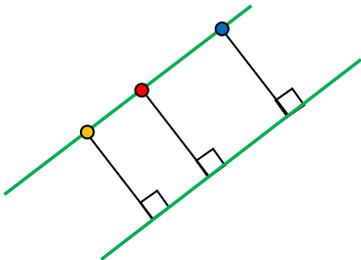
	teorema sulla distanza di un punto da una retta	
	La distanza di un punto da una retta è il segmento di perpendicolare condotto dal punto alla retta	
	Ricorda che:	
	La distanza di un punto da una retta è il segmento minore tra tutti i segmenti condotti dal punto alla retta	

	teorema sull'esistenza di rette parallele	
	Se due rette sono perpendicolari ad una stessa retta allora esse sono parallele tra loro	
	Vale anche:	
	Se due rette sono parallele allora una terza retta perpendicolare alla prima è anche perpendicolare alla seconda	

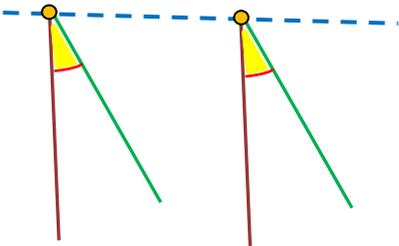
	teorema sulle rette parallele tagliate da una trasversale	
	Due rette parallele tagliate da una trasversale formano: <ul style="list-style-type: none"> <li>• angoli alterni interni ed alterni esterni congruenti</li> <li>• angoli corrispondenti congruenti</li> <li>• angoli coniugati interni e coniugati esterni supplementari</li> </ul>	

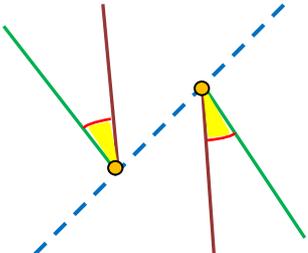
	criterio di parallelismo	
	Se due rette tagliate da una trasversale formano: <ul style="list-style-type: none"> <li>• angoli alterni interni o alterni esterni congruenti <b>oppure</b></li> <li>• angoli corrispondenti congruenti <b>oppure</b></li> <li>• angoli coniugati interni o coniugati esterni supplementari</li> </ul> allora le due rette sono parallele	

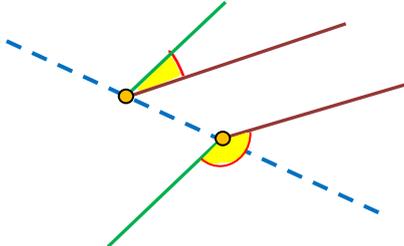
	proprietà transitiva del parallelismo	
	Se due rette sono parallele ad una terza retta allora esse sono parallele tra loro	

	distanza tra due rette parallele
	<p><b>Se</b> due rette sono parallele  <b>allora</b> i punti di una retta hanno uguale distanza dall'altra retta</p>
	<p>Ciò significa che le due rette mantengono sempre la stessa distanza</p>

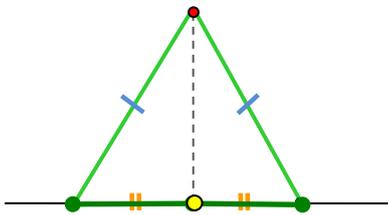
**teoremi sugli angoli con lati paralleli**

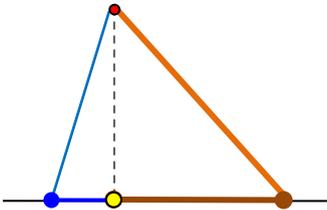
	angoli con lati paralleli e concordi
	<p><b>Se</b> due angoli hanno i lati paralleli e concordi  <b>allora</b> sono congruenti</p>

	angoli con lati paralleli e discordi
	<p><b>Se</b> due angoli hanno i lati paralleli e discordi  <b>allora</b> sono congruenti</p>

	angoli con lati paralleli due concordi e due discordi
	<p><b>Se</b> due angoli hanno i lati paralleli, due concordi e due discordi  <b>allora</b> sono supplementari</p>

**teoremi sulle proiezioni**

	teorema sulle proiezioni congruenti
	<p><b>Se</b> due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta hanno proiezioni congruenti  <b>allora</b> essi sono congruenti</p>
	<p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta sono congruenti  <b>allora</b> hanno proiezioni congruenti</p>

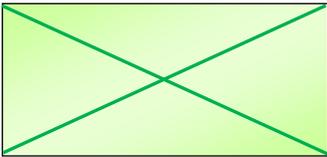
	teorema sulle proiezioni <b>non</b> congruenti
	<p><b>Se</b> due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta hanno proiezioni <b>non</b> congruenti  <b>allora</b> è maggiore il segmento avente proiezione maggiore</p>
	<p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> due segmenti obliqui condotti da un punto ad una retta non sono congruenti  <b>allora</b> quello maggiore ha proiezione maggiore</p>

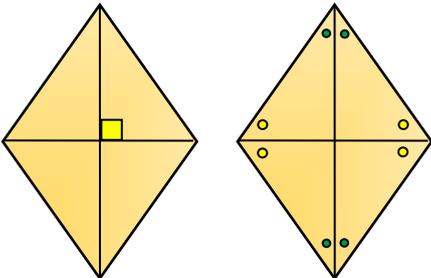
	teorema generale sulle proiezioni
	<p>La proiezione di un segmento su una retta è minore o uguale del segmento stesso</p>

teoremi sui quadrilateri particolari	
	teorema sul trapezio
	<p>Se un trapezio è isoscele <b>allora</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gli angoli adiacenti alle basi sono congruenti</li> <li>• le diagonali sono congruenti</li> </ul> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Se</b> in un trapezio gli angoli adiacenti alle basi sono congruenti <b>allora</b> il trapezio è isoscele</li> <li>• <b>Se</b> in un trapezio le diagonali sono congruenti <b>allora</b> il trapezio è isoscele</li> </ul>

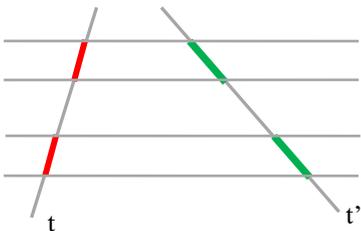
	teorema sul parallelogrammo
	<p>In un parallelogrammo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• i triangoli in cui esso viene diviso da una diagonale sono congruenti</li> <li>• i lati opposti sono a due a due congruenti</li> <li>• gli angoli opposti sono a due a due congruenti</li> <li>• le diagonali si incontrano nel loro punto medio</li> <li>• gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari</li> </ul>

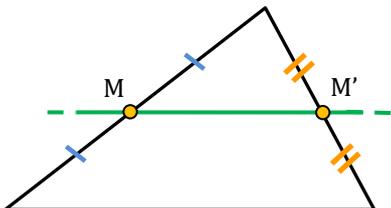
	teorema inverso sul parallelogrammo
	<p>Se un quadrilatero ha:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• i lati opposti a due a due congruenti <b>oppure</b></li> <li>• gli angoli opposti a due a due congruenti <b>oppure</b></li> <li>• le diagonali che si incontrano nel loro punto medio <b>oppure</b></li> <li>• gli angoli adiacenti a ciascun lato supplementari <b>oppure</b></li> <li>• due lati opposti congruenti e paralleli</li> </ul> <p><b>allora</b> il quadrilatero è un parallelogrammo</p>

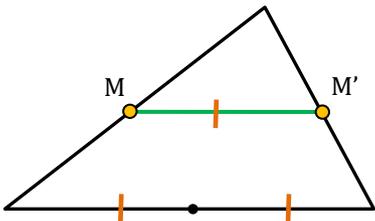
	teorema sul rettangolo
	In un rettangolo le diagonali sono congruenti
	Vale anche <b>l'inverso</b> :
	Se un parallelogrammo ha le diagonali congruenti <b>allora</b> è un rettangolo

	teorema sul rombo
	In un rombo le diagonali sono
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• perpendicolari tra loro</li> <li>• bisettrici degli angoli interni</li> </ul>
	Vale anche <b>l'inverso</b> :
	Se in un parallelogrammo le diagonali sono
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• perpendicolari tra loro <b>oppure</b></li> <li>• bisettrici degli angoli interni</li> </ul>
	<b>allora</b> il parallelogrammo è un rombo

primi teoremi sul fascio di rette parallele

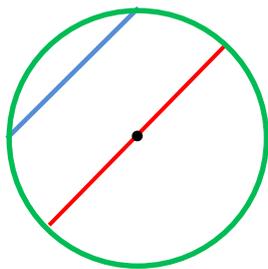
	teorema sul fascio di rette parallele
	Se un fascio di rette parallele è tagliato da due trasversali <b>allora</b> a segmenti congruenti su una trasversale corrispondono segmenti congruenti sull'altra trasversale

	teorema della parallela dal punto medio di un lato di un triangolo
	Se dal punto medio di un lato di un triangolo si conduce la parallela ad un secondo lato <b>allora</b> questa incontra il terzo lato nel suo punto medio

	teorema sulla corda dei punti medi di due lati di un triangolo
	Se una corda di un triangolo ha per estremi i punti medi di due lati <b>allora</b> essa è parallela al terzo lato ed uguale alla sua metà

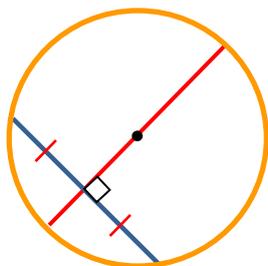
## teoremi sulla circonferenza

## teorema sulla relazione tra diametro e corda



In una circonferenza, un diametro è maggiore di qualunque altra corda

## teorema sull'asse di una corda

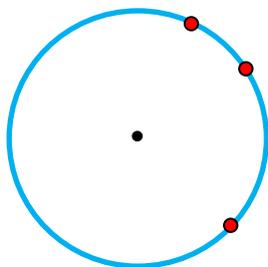


Se un diametro di una circonferenza è perpendicolare ad una corda allora il diametro la dimezza

Vale anche:

L'asse di una corda passa per il centro della circonferenza

## teorema sui punti di una circonferenza

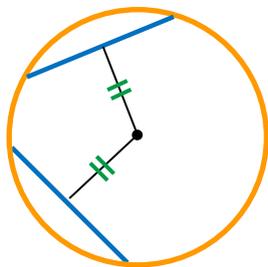


Per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza

Vale anche:

Tre punti di una circonferenza non possono essere allineati

## I teorema sulle corde e loro distanza dal centro

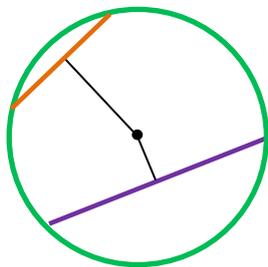


Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti allora sono equidistanti dal centro

Vale anche **l'inverso**:

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, hanno la stessa distanza dal centro allora sono congruenti

## II teorema sulle corde e loro distanza dal centro

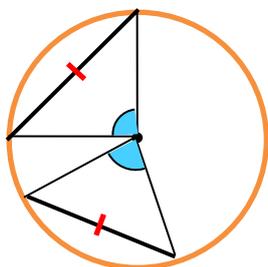


Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono disuguali allora la corda maggiore ha distanza minore dal centro

Vale anche **l'inverso**:

Se due corde di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, hanno distanza disuguale dal centro allora è maggiore la corda con distanza minore dal centro

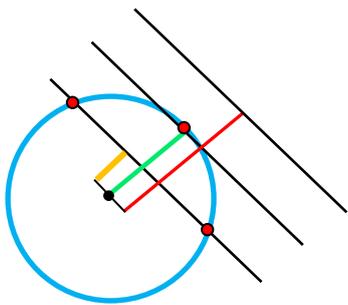
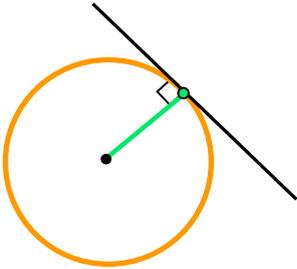
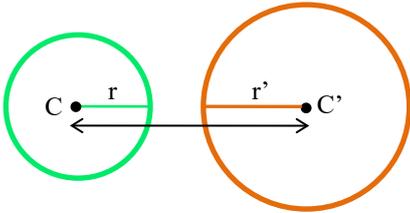
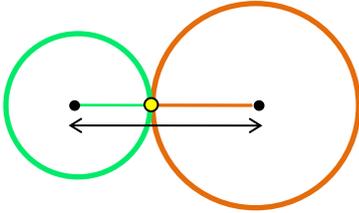
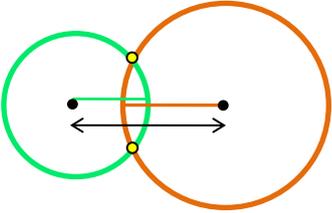
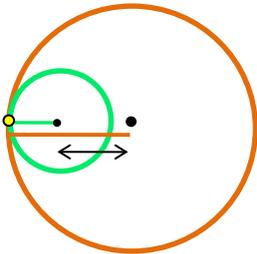
## teorema sulla relazione tra archi, corde e angoli al centro

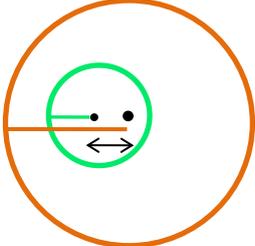
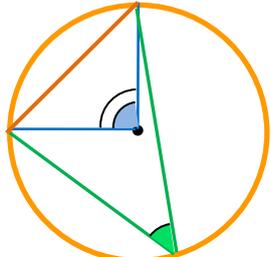
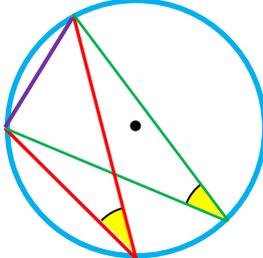
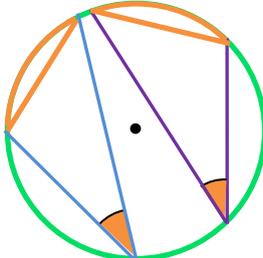
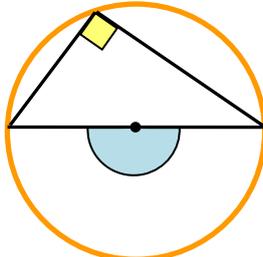
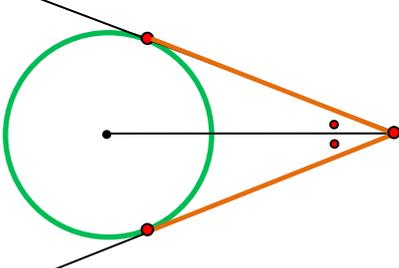


Se due angoli al centro di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti allora gli archi e le corde corrispondenti sono congruenti

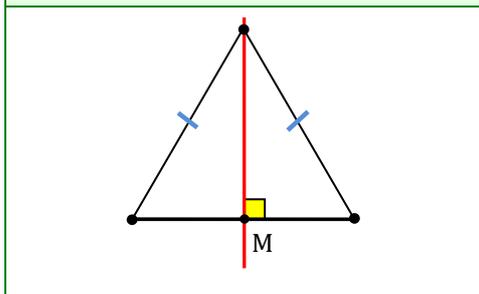
Vale anche **l'inverso**:

Se due archi (corde) di una stessa circonferenza, o di due circonferenze congruenti, sono congruenti allora le corde (gli archi) e gli angoli al centro corrispondenti sono congruenti

	<p><b>teorema sulla posizione reciproca di una retta e di una circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> la distanza di una retta dal centro di una circonferenza è minore, uguale o maggiore del raggio  <b>allora</b> la retta ha in comune con la circonferenza rispettivamente due punti (secante), un punto (tangente), nessun punto (esterna)</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> una retta ha in comune con una circonferenza due punti o un punto o nessun punto  <b>allora</b> la retta ha distanza dal centro della circonferenza, rispettivamente, minore, uguale o maggiore del raggio</p>
	<p><b>teorema sulla retta tangente ad una circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> una retta è tangente in un punto ad una circonferenza  <b>allora</b> è perpendicolare al raggio in quel punto</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> una retta è perpendicolare al raggio in un punto appartenente alla circonferenza  <b>allora</b> la retta è tangente alla circonferenza in quel punto</p>
	<p><b>I teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze: circonferenze esterne</b></p> <p><b>Se</b> due circonferenze hanno i punti dell'una esterni all'altra  <b>allora</b> la distanza tra i centri è maggiore della somma dei raggi</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> la distanza tra i centri di due circonferenze è maggiore della somma dei raggi  <b>allora</b> le due circonferenze hanno i punti dell'una esterni all'altra (circonferenze esterne)</p>
	<p><b>II teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze: circonferenze tangenti esterne</b></p> <p><b>Se</b> due circonferenze hanno un punto in comune e i punti dell'una esterni all'altra  <b>allora</b> la distanza tra i centri è congruente alla somma dei raggi</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> la distanza tra i centri di due circonferenze è congruente alla somma dei raggi  <b>allora</b> le due circonferenze hanno un punto in comune (circonferenze tangenti esterne)</p>
	<p><b>III teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze: circonferenze secanti</b></p> <p><b>Se</b> due circonferenze hanno due punti in comune  <b>allora</b> la distanza tra i centri è minore della somma dei raggi e maggiore della differenza dei raggi</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> la distanza tra i centri di due circonferenze è minore della somma dei raggi e maggiore della differenza dei raggi  <b>allora</b> le due circonferenze hanno due punti in comune (circonferenze secanti)</p>
	<p><b>IV teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze: circonferenze tangenti interne</b></p> <p><b>Se</b> due circonferenze hanno un punto in comune e i punti dell'una interni all'altra  <b>allora</b> la distanza tra i centri è congruente alla differenza dei raggi</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> la distanza tra i centri di due circonferenze è congruente alla differenza dei raggi  <b>allora</b> le due circonferenze hanno un punto in comune (circonferenze tangenti interne)</p>

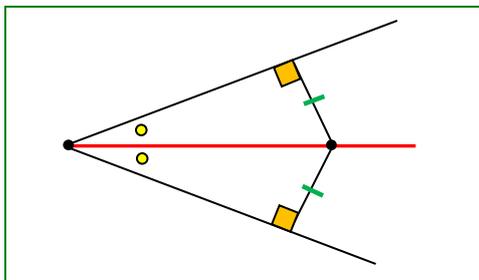
	<p>V teorema sulla posizione reciproca di due circonferenze: <b>circonferenze interne</b></p> <p><b>Se</b> due circonferenze hanno i punti dell'una interni all'altra <b>allora</b> la distanza dei centri è minore della differenza dei raggi</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> la distanza dei centri di due circonferenze è minore della differenza dei raggi <b>allora</b> i punti dell'una sono interni all'altra (circonferenze interne)</p>
	<p><b>teorema sugli angoli alla circonferenza</b></p> <p>In ogni circonferenza un angolo alla circonferenza è congruente alla metà dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco</p>
	<p><b>I teorema sugli angoli alla circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> due angoli alla circonferenza insistono sullo stesso arco <b>allora</b> sono congruenti</p> <p>Osserva che:</p> <p><b>Se</b> due angoli alla circonferenza insistono sulla <b>stessa</b> corda <b>allora</b> possono essere congruenti oppure supplementari</p>
	<p><b>II teorema sugli angoli alla circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> due angoli alla circonferenza insistono su archi congruenti <b>allora</b> sono congruenti</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> due angoli alla circonferenza sono congruenti <b>allora</b> gli archi e le corde su cui insistono sono congruenti</p> <p>Osserva che:</p> <p><b>Se</b> due angoli alla circonferenza insistono su corde congruenti <b>allora</b> possono essere congruenti oppure supplementari</p>
	<p><b>III teorema sugli angoli alla circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> un angolo alla circonferenza insiste su una semicirconferenza <b>allora</b> è retto</p> <p>Osserva che:</p> <p>Un triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo</p>
	<p><b>teorema delle tangenti ad una circonferenza</b></p> <p><b>Se</b> da un punto esterno ad una circonferenza si tracciano le tangenti ad essa <b>allora</b> i segmenti compresi tra il punto esterno e i punti di tangenza alla circonferenza sono congruenti</p> <p>Vale anche:</p> <p>La retta che congiunge il punto esterno alla circonferenza con il suo centro è bisettrice dell'angolo formato dalle due tangenti</p>

## luoghi geometrici



### asse di un segmento

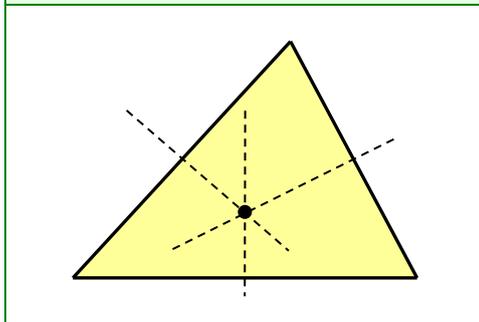
L'asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento



### bisettrice di un angolo

La bisettrice di un angolo è il luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati dell'angolo

## punti notevoli di un triangolo

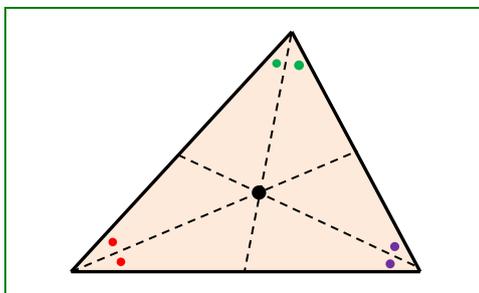
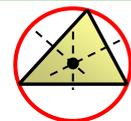


### circocentro

Gli assi dei tre lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto circocentro

Osserva che:

Il circocentro è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo ed è equidistante dai vertici del triangolo

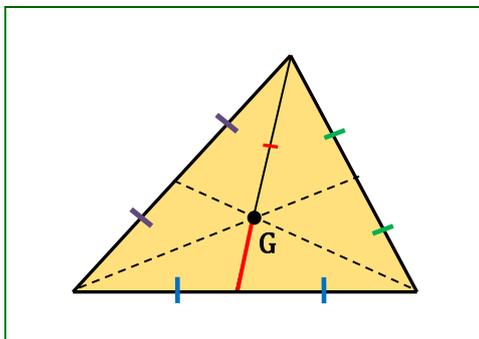


### incentro

Le bisettrici degli angoli interni di un triangolo passano per uno stesso punto detto incentro

Osserva che:

L'incentro è il centro della circonferenza inscritta al triangolo ed è equidistante dai lati del triangolo

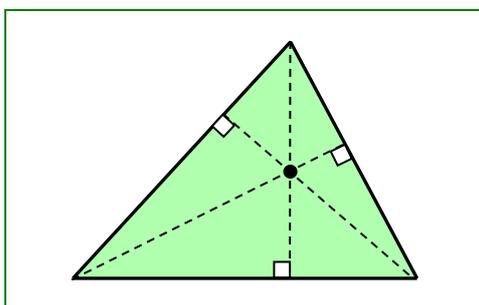


### baricentro

Le mediane dei lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto baricentro. Il baricentro divide ciascuna mediana in due parti tali che quella contenente il vertice è doppia dell'altra

Osserva che:

Il baricentro di una figura viene indicato tradizionalmente con la lettera **G**



### ortocentro

Le altezze relative ai lati di un triangolo passano per uno stesso punto detto ortocentro

	triangolo equilatero	
	In un triangolo equilatero i punti notevoli coincidono	
	Osserva che: In un triangolo equilatero il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo è doppio del raggio della circonferenza inscritta al triangolo stesso	

	distanza del baricentro dai lati di un triangolo	
	In ogni triangolo la distanza del baricentro da un lato è congruente alla terza parte dell'altezza relativa allo stesso lato	

	teorema di Eulero	
	In ogni triangolo il circocentro <b>C</b> , il baricentro <b>G</b> e l'ortocentro <b>O</b> sono allineati, cioè giacciono sulla stessa retta detta <i>retta di Eulero</i> . La distanza tra il baricentro e l'ortocentro è doppia della distanza tra baricentro e circocentro	

	corollario al teorema di Eulero	
	La distanza del circocentro da un lato è congruente alla metà del segmento che congiunge l'ortocentro con il vertice opposto a tale lato	

**poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza**

	teorema sui quadrilateri inscritti	
	Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza allora gli angoli opposti sono supplementari	
	Vale anche <b>l'inverso</b> : Se un quadrilatero ha gli angoli opposti supplementari allora è inscrittibile in una circonferenza	

	corollario	
	Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza allora un suo angolo esterno è congruente all'angolo interno opposto al suo adiacente	
	Vale anche: Se un quadrilatero ha due angoli opposti retti allora è inscrittibile in una circonferenza	

	<b>teorema sui quadrilateri circoscritti</b>
	<p><b>Se</b> un quadrilatero è circoscritto ad una circonferenza  <b>allora</b> la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due lati</p>
	<p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> in un quadrilatero la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due  <b>allora</b> il quadrilatero è circoscrittibile ad una circonferenza</p>

	<b>corollario</b>
	<p><b>Se</b> in un trapezio isoscele la somma delle basi è congruente al doppio del lato obliquo  <b>allora</b> il trapezio è circoscrittibile ad una circonferenza</p>
	<p>Osserva che:</p> <p>Il rombo ed il quadrato sono circoscrittibili ad una circonferenza</p>

	<b>teorema sulla inscrittibilità e circoscrittibilità dei poligoni regolari</b>
	<p><b>Se</b> un poligono è regolare  <b>allora</b> si può inscrivere e circoscrivere con due circonferenze concentriche</p>
	<p>Osserva che:</p> <p>Il centro delle due circonferenze è detto centro del poligono regolare</p>

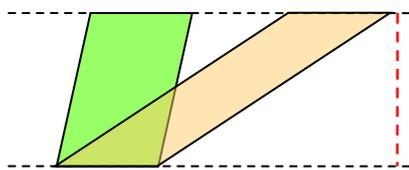
	<b>teorema sui poligoni regolari</b>
	<p><b>Se</b> si divide una circonferenza in tre o più archi congruenti  <b>allora</b> il poligono ottenuto congiungendo successivamente i punti di divisione e il poligono ottenuto conducendo le tangenti alla circonferenza negli stessi punti sono poligoni regolari</p>

	<b>teorema sul lato dell'esagono regolare</b>
	<p>Il lato di un esagono regolare è congruente al raggio della circonferenza circoscritta ad esso</p>

## l'equivalenza e la similitudine

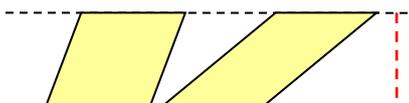
### teoremi sull'equivalenza

#### teorema sull'equivalenza di parallelogrammi



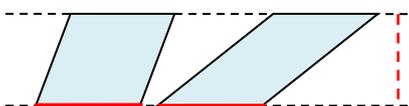
Se due parallelogrammi hanno le basi e le altezze congruenti  
**allora** essi sono equivalenti

#### secondo teorema sull'equivalenza di parallelogrammi



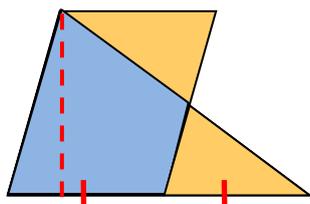
Se due parallelogrammi sono equivalenti ed hanno le basi congruenti  
**allora** essi hanno anche le altezze congruenti

Vale anche:



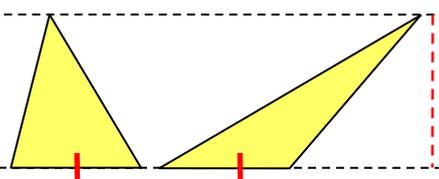
Se due parallelogrammi sono equivalenti ed hanno le altezze congruenti  
**allora** essi hanno anche le basi congruenti

#### teorema sull'equivalenza del triangolo e del parallelogrammo



Se un triangolo ha la stessa altezza di un parallelogrammo e la base congruente al doppio di quella del parallelogrammo  
**allora** il triangolo e il parallelogrammo sono equivalenti

#### teorema sull'equivalenza di due triangoli

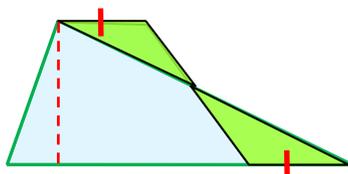


Se due triangoli hanno le basi e le altezze congruenti  
**allora** essi sono equivalenti

Vale anche:

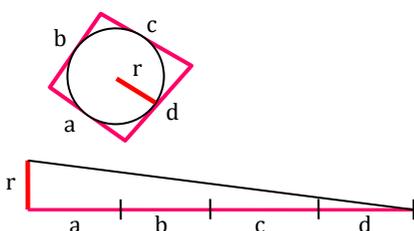
Se due triangoli sono equivalenti ed hanno le basi (o le altezze) congruenti  
**allora** essi hanno anche le altezze (o le basi) congruenti

#### teorema sull'equivalenza del triangolo e del trapezio



Se un triangolo ha la stessa altezza di un trapezio e la base congruente alla somma delle basi del trapezio  
**allora** il triangolo e il trapezio sono equivalenti

#### teorema sull'equivalenza di un poligono circoscritto ad una circonferenza e di un triangolo



Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza  
**allora** è equivalente ad un triangolo che ha la base congruente al perimetro del poligono e altezza congruente al raggio della circonferenza

	<p style="text-align: center;"><b>teorema sull'equivalenza di un poligono regolare e di un triangolo</b></p> <p><b>Se</b> un poligono è regolare <b>allora</b> è equivalente ad un triangolo avente la base congruente al perimetro del poligono e altezza congruente all'apotema del poligono (cioè al raggio della circonferenza inscritta nel poligono)</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p style="text-align: center;"><b>teorema sull'equivalenza del trapezio rettangolo e del rettangolo</b></p> <p><b>Se</b> un trapezio rettangolo è circoscrittibile ad una circonferenza <b>allora</b> esso è equivalente ad un rettangolo avente i lati congruenti alle basi del trapezio</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

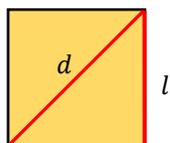
	<p style="text-align: center;"><b>teorema sull'equivalenza del triangolo rettangolo e del rettangolo</b></p> <p>Un triangolo rettangolo è equivalente al rettangolo i cui lati sono congruenti ai due segmenti in cui l'ipotenusa è divisa dal punto di contatto con la circonferenza inscritta nel triangolo rettangolo</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><math>Q</math> è equivalente ad <math>R</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>I teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)</b></p> <p>In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa</p> <p style="text-align: center;">Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> il quadrato costruito su un lato minore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del lato minore sul lato maggiore e il lato maggiore <b>allora</b> il triangolo è rettangolo</p>
-------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><math>Q</math> è equivalente ad <math>R</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>II teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)</b></p> <p>In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa</p> <p style="text-align: center;">Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> il quadrato costruito sull'altezza relativa al lato maggiore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni degli altri due lati sul lato maggiore <b>allora</b> il triangolo è rettangolo</p>
-------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><math>Q</math> è equivalente a <math>Q_1 + Q_2</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>teorema di Pitagora</b></p> <p>In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti</p> <p style="text-align: center;">Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p><b>Se</b> il quadrato costruito sul lato maggiore di un triangolo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati <b>allora</b> il triangolo è rettangolo</p>
--------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## Grandezze omogenee e Grandezze proporzionali



$$\frac{l}{d} = \text{irrazionale}$$

### teorema sull'incommensurabilità tra il lato del quadrato e la sua diagonale

Il lato del quadrato e la sua diagonale sono segmenti incommensurabili

Osserva che:

Il rapporto tra il lato del quadrato e la sua diagonale è un numero irrazionale, cioè un numero decimale con infinite cifre diverse dopo la virgola

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze commensurabili allora  $\frac{a}{b}$  può essere:

1. un numero intero
2. un numero decimale con finite cifre dopo la virgola
3. un numero periodico

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze incommensurabili allora  $\frac{a}{b}$  è un numero decimale con infinite cifre diverse dopo la virgola

### teorema sul rapporto di grandezze commensurabili

**Se** il rapporto di due grandezze omogenee è un numero razionale **allora** le due grandezze sono commensurabili

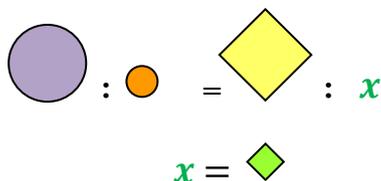
Il rapporto di due grandezze commensurabili è un numero razionale  
Il rapporto di due grandezze incommensurabili è un numero irrazionale



$$a : b = c : d$$

### teorema fondamentale sulla proporzionalità

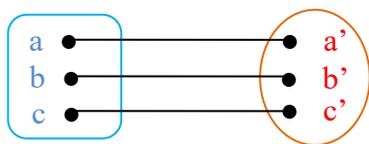
Condizione necessaria e sufficiente affinché quattro grandezze a due a due omogenee siano in proporzione è che lo siano le loro misure



### teorema sulla quarta proporzionale

Assegnate tre grandezze **se** le prime due sono omogenee tra loro **allora** esiste ed è unica la quarta grandezza omogenea con la terza che è quarta proporzionale dopo le tre

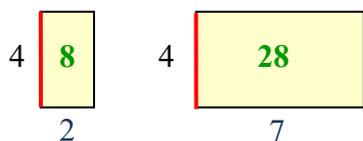
### Criterio generale di proporzionalità



Se  $a = b$  allora  $a' = b'$   
Se  $a + b = c$  allora  $a' + b' = c'$

Condizione necessaria e sufficiente affinché le grandezze di due classi in corrispondenza biunivoca siano direttamente proporzionali è che:

- a grandezze uguali in una classe corrispondono grandezze uguali dell'altra
- alla somma di due o più grandezze qualsiasi di una classe corrisponde la somma delle grandezze corrispondenti dell'altra classe



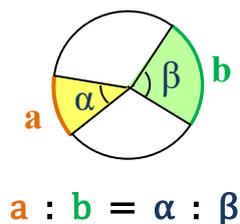
$$8 : 28 = 2 : 7$$

### teoremi sui rettangoli proporzionali alle basi

I rettangoli aventi altezze congruenti sono proporzionali alle rispettive basi

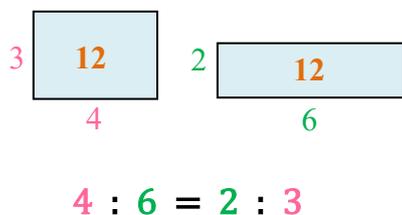
Vale anche:

I rettangoli aventi basi congruenti sono proporzionali alle rispettive altezze



teorema sugli elementi proporzionali in un cerchio

Gli archi di uno stesso cerchio o di cerchi congruenti sono proporzionali ai rispettivi angoli al centro

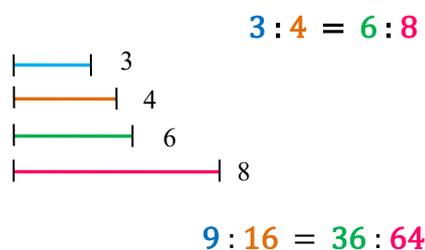


teorema sui rettangoli equivalenti e sui segmenti in proporzione

Se quattro segmenti sono in proporzione **allora** il rettangolo che ha per lati i segmenti estremi della proporzione è equivalente al rettangolo che ha per lati i segmenti medi della proporzione

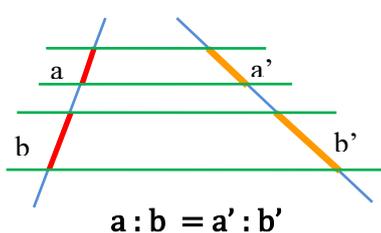
Vale anche **l'inverso**:

Se due rettangoli sono equivalenti **allora** due lati consecutivi dell'uno sono i medi e i due lati consecutivi dell'altro sono gli estremi di una stessa proporzione



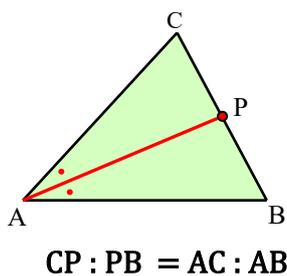
teorema sui segmenti e sui quadrati in proporzione

Se quattro segmenti sono in proporzione **allora** i quadrati costruiti su di essi sono in proporzione



teorema di Talete

Dato un fascio di rette parallele tagliato da due trasversali i segmenti determinati su una trasversale sono proporzionali ai corrispondenti segmenti sull'altra trasversale

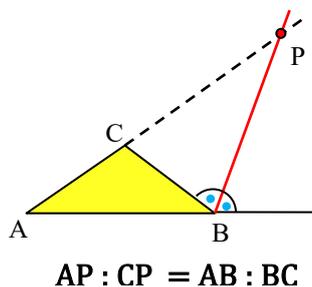


teorema sulla bisettrice dell'angolo interno di un triangolo

La bisettrice dell'angolo interno di un triangolo divide il lato opposto in parti proporzionali agli altri due lati

Vale anche **l'inverso**:

Se un punto interno ad un lato di un triangolo divide il lato in parti proporzionali agli altri due lati **allora** la congiungente il punto con il vertice opposto è la bisettrice dell'angolo compreso tra gli altri due lati del triangolo

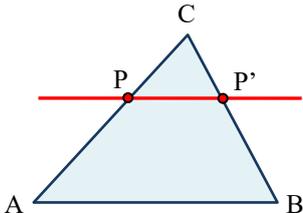


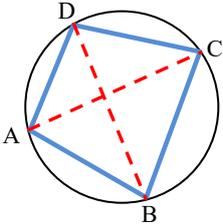
teorema sulla bisettrice dell'angolo esterno di un triangolo

Se la bisettrice di un angolo esterno di un triangolo incontra il prolungamento del lato opposto in un punto **allora** le distanze di questo punto dagli estremi di quel lato sono proporzionali agli altri due lati

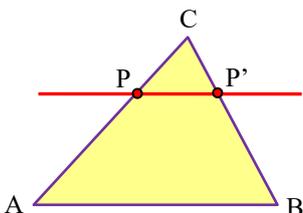
Vale anche **l'inverso**:

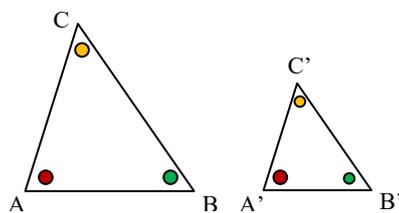
Se un punto del prolungamento di un lato di un triangolo è tale che le sue distanze dagli estremi di quel lato sono proporzionali agli altri due lati **allora** la congiungente questo punto con il vertice opposto è la bisettrice del corrispondente angolo esterno del triangolo

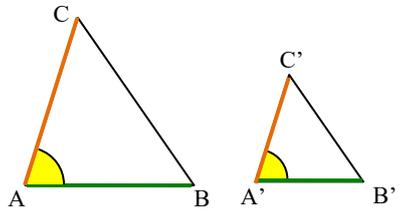
 <p><math>AP : PC = BP' : P'C</math></p>	<p>corollario del teorema di Talete</p>
	<p>Se una retta è parallela ad un lato di un triangolo <b>allora</b> sulle rette degli altri due lati si determinano segmenti proporzionali</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p>Se una retta determina sui due lati di un triangolo segmenti proporzionali <b>allora</b> essa è parallela al terzo lato</p>

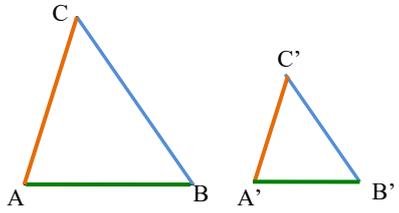
 <p><math>AC \cdot BD = (AB \cdot DC) + (AD \cdot BC)</math></p>	<p>teorema di Tolomeo</p>
	<p>Se un quadrilatero è inscritto in una circonferenza <b>allora</b> il prodotto delle misure delle diagonali è congruente alla somma dei prodotti delle misure dei lati opposti</p> <p>Vale anche <b>l'inverso</b>:</p> <p>Se il prodotto delle misure delle diagonali di un quadrilatero è congruente alla somma dei prodotti delle misure dei lati opposti <b>allora</b> il quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza</p>

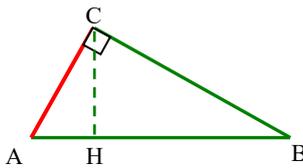
## teoremi sulla similitudine

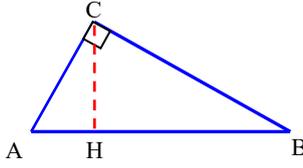
 <p><math>PP'C</math> è simile ad <math>ABC</math></p>	<p>teorema fondamentale della similitudine</p>
	<p>Se una retta passante per un lato di un triangolo è condotta parallelamente ad un altro suo lato <b>allora</b> la retta determina un triangolo simile al triangolo dato</p>

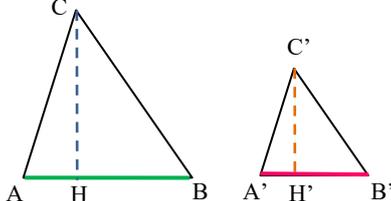
	<p>I criterio di similitudine</p>
	<p>Se due triangoli hanno gli angoli congruenti <b>allora</b> essi sono simili</p> <p>Vale anche:</p> <p>Se due triangoli hanno <b>due</b> angoli congruenti <b>allora</b> essi sono simili</p>

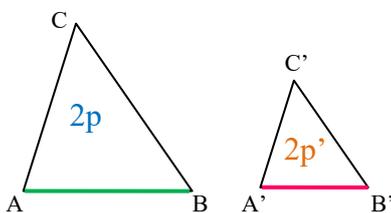
	<p>II criterio di similitudine</p>
	<p>Se due triangoli hanno due lati in proporzione e gli angoli tra essi compresi congruenti <b>allora</b> essi sono simili</p>

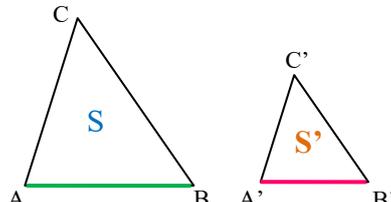
<p><math>AC : A'C' = AB : A'B' = BC : B'C'</math></p> 	<p>III criterio di similitudine</p>
	<p>Se due triangoli hanno i tre lati ordinatamente in proporzione <b>allora</b> essi sono simili</p>

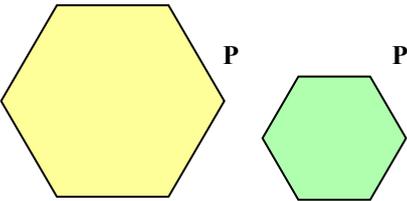
 <p><math>AH : AC = AC : AB</math></p>	<p>I teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)</p>
	<p>In un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa</p>

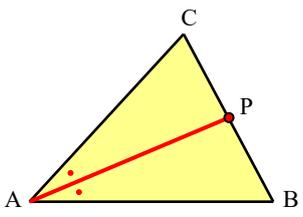
 <p><math>AH : CH = CH : HB</math></p>	<p>II teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)</p>
	<p>In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa</p>

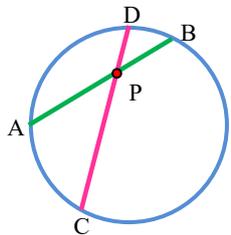
 <p><math>AB : A'B' = CH : C'H'</math></p>	<p>teorema delle altezze</p>
	<p>Se due triangoli sono simili allora le basi stanno tra loro come le rispettive altezze</p>
	<p>In generale: Se due triangoli sono simili allora due lati stanno tra loro come le rispettive altezze</p>

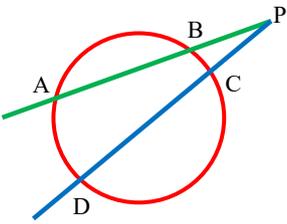
 <p><math>2p : 2p' = AB : A'B'</math></p>	<p>teorema dei perimetri</p>
	<p>Se due triangoli sono simili allora i perimetri stanno tra loro come due lati omologhi</p>
	<p>In generale: Se due poligoni sono simili allora i perimetri stanno tra loro come due lati omologhi</p>

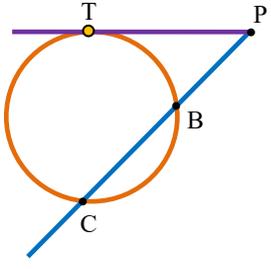
 <p><math>S : S' = (AB)^2 : (A'B')^2</math></p>	<p>teorema delle aree</p>
	<p>Se due triangoli sono simili allora le aree stanno tra loro come i quadrati di due lati omologhi</p>
	<p>In generale: Se due poligoni sono simili allora le aree stanno tra loro come i quadrati di due lati omologhi</p>

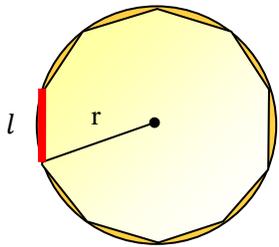
 <p>P simile a P'</p>	<p>teoremi sui poligoni regolari con lo stesso numero di lati</p>
	<p>Se due poligoni sono regolari e hanno lo stesso numero di lati allora essi sono simili</p>
	<p>Inoltre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• i perimetri stanno tra loro come gli apotemi o i raggi delle circonferenze circoscritte</li> <li>• le aree stanno tra loro come i quadrati costruiti sugli apotemi o i raggi delle circonferenze circoscritte</li> </ul>

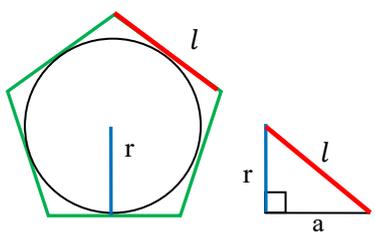
 <p><math>AB \cdot AC = AP^2 + CP \cdot PB</math></p>	teorema della bisettrice
	<p>In ogni triangolo il prodotto delle misure di due lati è congruente al quadrato della misura della bisettrice dell'angolo da essi formato aumentato del prodotto delle misure dei segmenti in cui tale bisettrice divide il terzo lato</p>

 <p><math>AP : CP = PD : PB</math></p>	teorema delle corde
	<p>Se due corde di una stessa circonferenza si intersecano in un punto allora i segmenti che si formano su una corda sono medi e i segmenti che si formano sull'altra corda sono estremi della stessa proporzione</p> <p>Vale anche l'inverso: Se due segmenti si intersecano in un punto tale che le parti appartenenti ad uno stesso segmento sono medi o estremi di una proporzione allora gli estremi dei segmenti dati appartengono alla stessa circonferenza</p>

 <p><math>PA : PD = PC : PB</math></p>	teorema delle secanti
	<p>Se da un punto esterno ad una circonferenza si conducono due secanti allora un'intera secante e la sua parte esterna sono medi e l'altra secante e la sua parte esterna sono estremi della stessa proporzione</p> <p>Vale anche l'inverso: Se due segmenti consecutivi ma non adiacenti sono tali che un segmento e una sua parte sono medi proporzionali tra l'altro segmento e una sua parte allora i quattro punti estremi non comuni dei quattro segmenti in proporzione appartengono alla stessa circonferenza</p>

 <p><math>PC : PT = PT : PB</math></p>	teorema della tangente e della secante
	<p>Se da un punto esterno ad una circonferenza si conducono una tangente e una secante allora il segmento di tangenza è medio proporzionale tra l'intera secante e la sua parte esterna</p> <p>Vale anche l'inverso: Se un punto B sul segmento PC, consecutivo del segmento TP, è tale che <math>PC : PT = PT : PB</math> allora PT è tangente alla circonferenza passante per i punti B, C, T</p>

	teorema sul lato del decagono regolare
	<p>Il lato del decagono regolare inscritto in una circonferenza è congruente alla sezione aurea del raggio</p> <p>Vale anche: Il lato è medio proporzionale tra il raggio e la differenza tra il raggio e il lato cioè <math>r : l = l : (r - l)</math></p>

	teorema sul lato del pentagono regolare
	<p>Il lato del pentagono regolare è congruente all'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente per cateti il raggio della circonferenza inscritta e la sezione aurea del lato del pentagono stesso</p>