Problemi di geometria piana

criteri di congruenza	
1	Sono dati due triangoli ABC e $A'BC$ congruenti tra loro e giacenti dalla stessa parte rispetto al lato comune BC. Sapendo che $AB>CA$ e $CA'>A'B$, detto D il punto di intersezione dei segmenti AB e CA', dimostra che il triangolo DBC è isoscele e che i triangoli DCA e $DA'B$ sono tra loro congruenti.
2	Dimostra che due quadrilateri $ABCD$ e $A'B'C'D'$ che hanno i lati ordinatamente congruenti e la diagonale AC congruente alla diagonale $A'C'$ sono congruenti.
3	Sia ABC un triangolo qualunque. Sia P il punto di intersezione della bisettrice dell'angolo esterno in A con l'asse del lato BC. Prolunga il lato BA di un segmento $AD\cong AC$. Dimostra che i triangoli PCA e PAD sono congruenti.
4	Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB\cong A'B'$, $BC\cong B'C'$, $A\hat{B}C \cong A'\widehat{B'}C'$. Siano P e P' due punti appartenenti rispettivamente a BC e a $B'C'$, tali che $P\hat{A}C \cong P'\widehat{A'}C'$. Dimostra che i due triangoli ABP e $A'B'P'$ sono congruenti.
5	Dato il triangolo ABC, unisci un punto qualunque O del piano del triangolo con i vertici di questo e prolunga ciascuno dei segmenti ottenuti dalla parte di O in modo che sia: $OA'\cong OA$; $OB'\cong OB$; $OC'\cong OC$. Dimostra che il triangolo $A'B'C'$ è congruente al triangolo ABC.
6	Dimostra che se in un triangolo la bisettrice di un angolo è anche mediana, il triangolo è isoscele.
7	Dimostra che in due triangoli congruenti le mediane relative ai lati rispettivamente congruenti sono congruenti.
8	Dimostra che in due triangoli congruenti le bisettrici degli angoli rispettivamente congruenti sono congruenti.
9	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la mediana relativa all'altro cateto.
10	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la bisettrice dell'angolo retto.
11	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'altezza relativa all'ipotenusa e un angolo acuto.

rette parallele	
12	Sia ABC un triangolo qualunque. Conduci per C la parallela alla base AB. Indicata con S l'intersezione della bisettrice dell'angolo $C\hat{A}B$ con detta parallela, dimostra che $CA\cong CS$.
13	Dimostra che il punto medio dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo ABC è equidistante dai vertici del triangolo stesso.
14	Considerato un punto interno a un triangolo equilatero, dimostra che la somma delle distanze del punto dai lati del triangolo è uguale all'altezza del triangolo.

Problemi di geometria piana

15	Prolunga il lato BC di un triangolo equilatero ABC, da parti opposte, di due segmenti CD e EB congruenti a BC. Conduci da D la perpendicolare a ED e traccia la retta EA fino a incontrare tale perpendicolare in F. Dimostra che CA e EF sono perpendicolari e che CF e AB sono paralleli.
16	Sia CAB un triangolo qualunque con $C\hat{A}B \cong 2A\hat{B}C$ e sia CH l'altezza relativa alla base AB. Prolunga CA, dalla parte di A, di un segmento $AD \cong AH$. Prolunga inoltre la congiungente D con H fino a incontrare in K il lato BC. Dimostra che i triangoli BKH e CHK sono isosceli.

quadrilateri particolari	
17	Dimostra che i punti medi dei lati di un rombo sono vertici di un rettangolo; parimenti i punti medi dei lati di un rettangolo sono vertici di un rombo.
18	Nel parallelogramma ABCD, il lato AB è congruente alla diagonale AC; unito A con il punto medio M di BC, si prolunghi il segmento AM del segmento ME≅AM. Dimostra che il quadrilatero ABEC è un rombo.
19	Considera un angolo $A\hat{B}C$ e per un punto qualsiasi E della sua bisettrice conduci le parallele ai lati; indica con M ed N i punti in cui esse incontrano rispettivamente i lati AB e BC. Dimostra che il quadrilatero BNEM è un rombo.
20	E' dato l'angolo $A\hat{B}C$; sui lati BC e BA si fissino due punti P e Q tali che BP≅BQ; da P si conducano le perpendicolari ai lati, e così pure da Q; esse si incontrano in D ed E. Dimostra che il quadrilatero DPEQ è un rombo.
21	Dato un rettangolo ABCD, si conduca una retta attraverso ogni vertice in maniera tale che sia perpendicolare alla diagonale avente tale vertice come uno degli estremi. Dimostra che il quadrilatero formato da queste rette è un rombo.

fasci di rette parallele	
22	Sia AB la base del triangolo isoscele ABC e AM la mediana relativa al lato BC; detto N il punto medio di AB, dimostra che MN≅MB.
23	In un quadrilatero qualunque dimostra che i segmenti che uniscono i punti medi dei lati opposti si dividono scambievolmente a metà.
24	Sia r una retta esterna al parallelogrammo ABCD. Dette A', B', C' e D' le proiezioni su r di A, B, C e D, dimostra che A'D'≅B'C'.
25	Sia M il punto medio del lato BC del triangolo ABC. Dal punto medio N di AB manda la parallela ad AM che incontra BC in P e la retta AC in Q. Dimostra che CQ≅3/2AC e che NM≅AQ.
26	Siano M, N e P i punti medi dei lati AB, AC e BC del triangolo ABC. Dimostra che i triangoli MNP, ANM, MPB e NCP sono congruenti.
27	Sull'ipotenusa AB del triangolo rettangolo ABC si prenda un punto P tale che AP≅2PB. Dimostra che la distanza del punto P dal cateto BC è congruente alla terza parte di AC.
28	Si consideri il triangolo ABC e siano M ed N i punti medi rispettivamente dei lati AB e AC; prolungato il segmento MN di un segmento ND≅MN, dimostra che MBCD è un parallelogrammo con perimetro congruente alla somma di AB e il doppio di BC.

Problemi di geometria piana

29	Nel parallelogrammo ABCD il punto medio di AB è M e il punto medio di DM è N. Dimostra che la retta AN divide la diagonale BD in due parti di cui una è doppia dell'altra.

circonferenza	
30	Dimostra che l'angolo formato dalle rette che congiungono due vertici di un triangolo con il centro della circonferenza ad esso circoscritta misura il doppio del terzo angolo.
31	Siano $A\hat{V}B$ un angolo alla circonferenza e VC la sua bisettrice; condotta da C la corda CD parallela a VB, dimostra che CD≅AV.
32	Da un punto A di una circonferenza γ traccia una corda AB e la tangente *t*; sulla retta *t* prendi un punto C tale che AC≅AB. Dimostra che il segmento CB interseca la circonferenza in un punto D e che risulta CD≅AD.
33	I punti P e Q dividono la semicirconferenza di diametro AB in tre archi congruenti. Sulla retta AP considera il segmento PD congruente al raggio e sulla retta AQ il segmento QC congruente ad AQ. Dimostra che il quadrilatero ABCD è un rombo.
34	Due circonferenze γ e γ' sono secanti nei punti A e B; la tangente in A a γ interseca ulteriormente γ' in Q; la tangente in A a γ' interseca γ in P. Dimostra che i triangoli ABP e ABQ hanno gli angoli congruenti.

punti notevoli di un triangolo	
35	Nel triangolo rettangolo ABC sia AH la proiezione del cateto minore AB sull'ipotenusa. Le rette parallele ai cateti condotte da H incontrano la retta della mediana relativa all'ipotenusa in K e L. Dimostra che i circocentri dei triangoli ABC e HKL coincidono.
36	E' dato un trapezio rettangolo in A e D con la base minore AB congruente al lato BC; la bisettrice dell'angolo B incontra la base CD in P e la retta AD in Q. Dimostra che P è l'ortocentro del triangolo ACQ.

poligoni inscritti e circoscritti	
37	Il quadrilatero ABCD ha il perimetro congruente a 4 AD ed è circoscritto ad una circonferenza; dimostra che AB+CD≅2AD.
38	E' dato l'arco AB della circonferenza γ ed il suo punto medio P; le corde PD e PE intersecano la corda AB in F e H. Dimostra che DEHF si può inscrivere in una circonferenza.
39	Del triangolo rettangolo ABC considera l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC; sul cateto AB prendi il punto P tale che AP≅AH e sul cateto AC il punto Q tale che CQ≅HC; dimostra che il quadrilatero APHQ è inscrivibile in una circonferenza.

problemi numerici sui quadrilateri inscritti e circoscritti	
40	Il quadrilatero PQRS è circoscrivibile; i suoi lati PQ e RS misurano rispettivamente 14cm e 18cm, mentre il lato PS è i 2/3 di SR. Trova la lunghezza di QR. [20cm]
41	Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscrivibile in una circonferenza misurano 58° e 60°; trova le misure degli altri due angoli. [122°; 120°]

Problemi di geometria piana

42	Il quadrilatero PQRS è inscrivibile in una circonferenza; sapendo che l'angolo di vertice P misura 81°21' e che l'angolo di vertice Q è congruente ai 2/3 del precedente, trova le ampiezze di tutti gli angoli del quadrilatero. [54°14'; 125°46'; 98°39']
43	La somma di due angoli consecutivi di un quadrilatero è 186° e la loro differenza è 32°; trova le ampiezze di tutti e quattro gli angoli, sapendo che il quadrilatero è inscrivibile in una circonferenza. [109°; 71°; 77°; 103°]
44	ABCD è un quadrilatero circonscrivibile a una circonferenza; sapendo che BC=2AD e che le lunghezze dei suoi lati AB e CD sono rispettivamente 38m e 22m, trova le lunghezze degli altri due lati. [20m; 40m]
45	In un quadrilatero circoscrivibile a una circonferenza, un lato misura due volte quello opposto e la loro somma è 63m; gli altri due lati sono proporzionali ai numeri 3 e 4. Trova le lunghezze dei quattro lati del quadrilatero. [42m; 27m; 21m; 36m]
46	Tre lati consecutivi di un quadrilatero misurano rispettivamente 50cm, 44cm e 30cm; trova la lunghezza del quarto lato, sapendo che il quadrilatero è circoscrivibile a una circonferenza. [36cm]
47	Un trapezio rettangolo è circoscritto a una circonferenza, e il suo lato obliquo è lungo 18cm. Trova il perimetro e l'area, sapendo che il raggio della circonferenza inscritta è 6cm. [60cm; 180cm²]
48	Un quadrilatero ABCD inscritto in una circonferenza di centro O è tale che i suoi angoli AOD e OAB misurino 86° e 38°; trova l'ampiezza dell'angolo di vertice C. [95°]
49	Del quadrilatero ABCD si sa che AB=26cm, CD=15cm, A=62° e D=98°. Trova le misure del lato AD e degli angoli B e C, sapendo che BC=AB/2 e che ABCD è tanto inscrivibile quanto circoscrivibile a una circonferenza. [28cm; 118°; 82°]
50	Il quadrilatero circoscrivibile ABCD è tale che AD=96m, AB=2/3 AD e CB=3/4 AB. Sapendo che il quadrilatero è anche inscrivibile in una circonferenza e che A=2C, D=3B, trova le misure di tutti gli altri elementi del poligono. [64m; 48m; 80m; 60°; 120°; 45°; 135°]
51	I lati PQ e RS del quadrilatero PQRS misurano rispettivamente 30cm e 27cm. Trova le lunghezze degli altri due lati, sapendo che il quadrilatero è circoscrivibile a una circonferenza e che PS=2RQ. [19cm; 38cm]
52	Il quadrilatero ABCD è tale che AB+CD=63cm; i due lati suddetti sono proporzionali ai numeri 1 e 2, e inoltre BC=3/4 DA. Trova le misure dei quattro lati del quadrilatero, sapendo che è circoscrivibile a una circonferenza. [21cm; 42cm; 36cm; 27cm]
53	Gli angoli P e Q del quadrilatero PQRS misurano 79° e 49°, e il lato RQ è lungo 78cm; trova le misure degli altri elementi del poligono, sapendo che RS è il doppio di PS, che QR è il triplo di PS e che il quadrilatero è sia inscrivibile che circoscrivibile. [101°; 131°; 26cm; 52cm; 52cm]
54	La somma di due angoli consecutivi di un quadrilatero inscrivibile è 165°, e la loro differenza misura 23°; trova le ampiezze dei quattro angoli. [71°; 94°; 109°; 86°]
55	Due lati opposti di un quadrilatero circoscrivibile a una circonferenza misurano 46cm e 24cm, mentre la differenza degli altri due è 10 cm. Trova le lunghezze degli ultimi due lati. [40cm; 30cm]
56	Nel quadrilatero circoscrivibile ABCD, il lato AB misura 27cm, mentre il suo lato opposto è di 12cm più lungo; sapendo che uno degli altri due lati misura il doppio dell'ultimo, trova le lunghezze di tutti i lati del quadrilatero. [44cm; 39cm; 22cm]

Problemi di geometria piana

57	Nel quadrilatero inscrivibile ABCD l'ampiezza dell'angolo A è di 10° maggiore della metà dell'angolo B, e la loro somma vale 217°; trova le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero. [138°; 42°; 79°; 101°]
58	Nel quadrilatero inscrivibile ABCD, l'ampiezza dell'angolo A è di 15° minore della metà dell'angolo D, e la loro somma vale 195°; trova le misure dei quattro angoli del quadrilatero. [40°; 55°; 125°; 140°]
59	I lati obliqui di un trapezio isoscele che è anche circoscrivibile a una circonferenza sono lunghi 48m, mentre la differenza delle basi misura 12m; trova le lunghezze del perimetro e delle basi del trapezio. [192m; 54m; 42m]

sezione aurea	
60	Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AC è la sezione aurea dell'ipotenusa AB. Dimostra che il quadrato costruito su CB è equivalente al rettangolo di lati AB e AC.
61	Nel trapezio ABCD, rettangolo in A e B, la base minore BC è la sezione aurea di AD; sapendo che la diagonale AC è perpendicolare al lato obliquo, dimostra che CD≅BC.
62	E' dato il triangolo rettangolo ABC retto in A; la circonferenza di diametro AB (>AC), interseca ulteriormente l'ipotenusa BC in R tale che AC≅BR. Dimostra che BR è la sezione aurea di AB. Inversamente dimostra che se BR è sezione aurea di BC allora AC≅BR.
63	Nel triangolo rettangolo ABC retto in A, sia H la proiezione del vertice A sull'ipotenusa BC e sia HP la distanza del punto H da AC. Sapendo che BH≅HP, dimostra che AB è la sezione aurea di BC.
64	Nel triangolo rettangolo ABC retto in A sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa BC e D il punto in cui la bisettrice dell'angolo C interseca AB. Supposto che AD sia congruente alla distanza di H da AC, dimostra che AD è la sezione aurea di AH.
65	Nel triangolo rettangolo ABC retto in B di altezza BH, il cateto minore è la sezione aurea di AC; preso su AC il segmento AP≅AB, dimostra che i baricentri dei triangoli ABC e HBP coincidono.

teorema di Talete	
66	Nel triangolo isoscele ABC la base BC è lunga 120 cm e la proiezione BD della metà della base BH sul lato AB è i $\frac{9}{25}$ del lato AB stesso. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [320 cm; 4800 cm^2]
67	In un triangolo isoscele la base e l'altezza misurano rispettivamente 36 cm e 24 cm. Una parallela alla base del triangolo passa per il punto medio dell'altezza e divide il triangolo dato in due parti; calcola l'area di ciascuna delle due parti. [108 cm^2; 324 cm^2]