

Integrali impropri

indice

1. Stabilire la convergenza di integrali impropri su intervalli
limitati [pag. 2](#)
2. Stabilire la convergenza di integrali impropri su intervalli
illimitati [pag. 3](#)
3. Verificare la convergenza di integrali impropri su intervalli
limitati e calcolare il valore [pag. 4](#)
4. Verificare la convergenza di integrali impropri su intervalli
illimitati e calcolare il valore [pag. 6](#)

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

1. stabilire se i seguenti integrali impropri su intervalli limitati sono convergenti



1	$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{\frac{4}{3}}} dx$	convergente
2	$\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x - 1}}{(x+1)x^{\frac{2}{3}}} dx$	convergente
3	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x^{\sqrt{2}}} dx$	divergente
4	$\int_0^5 \frac{1}{\sqrt{x(x+2)}} dx$	convergente
5	$\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x^2} dx$	divergente
6	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \sqrt{x}}{x} dx$	convergente
7	$\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \frac{2}{\tan^3 x} dx$	divergente
8	$\int_0^1 \frac{\log \cos x}{x} dx$	convergente
9	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x}{x-1} dx$	divergente
10	$\int_0^1 \frac{1}{\log(1+\sqrt{x})} dx$	convergente

2. stabilire se i seguenti integrali impropri su intervalli illimitati sono convergenti



11	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+4}} dx$	<i>divergente</i>
12	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$	<i>divergente</i>
13	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$	<i>convergente</i>
14	$\int_1^{+\infty} \frac{4x}{x^2+1} dx$	<i>divergente</i>
15	$\int_1^{+\infty} \frac{x^4}{(2+x^5)^2} dx$	<i>convergente</i>
16	$\int_0^{+\infty} (x+1)^2 dx$	<i>divergente</i>
17	$\int_1^{+\infty} \frac{5x+3}{x-2} dx$	<i>divergente</i>
18	$\int_{-\infty}^{-1} \frac{2x}{4+x^2} dx$	<i>divergente</i>
19	$\int_{-\infty}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$	<i>divergente</i>
20	$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$	<i>convergente</i>

3. verificare che i seguenti integrali impropri su intervalli limitati sono convergenti e calcolare il valore



21	$\int_0^1 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$	$2 \ln 2$
22	$\int_0^1 \ln x dx$	-1
23	$\int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} dx$	$\frac{5}{3} \sqrt[5]{27}$
24	$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} dx$	6
25	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$	2
26	$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$	$\frac{\pi}{2}$
27	$\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx$	$2\sqrt{2}$
28	$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x}} dx$	$\frac{16}{15}$
29	$\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	$\frac{\pi^2}{8}$
30	$\int_0^1 \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$	$\frac{8}{3}$

31	$\int_0^1 x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$	$\frac{1}{2}$
32	$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$	π
33	$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$	2
34	$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{1-x^2}} dx$	$\frac{3}{4}$
35	$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$	$\frac{3}{2}$
36	$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$	$\frac{\pi}{3}$
37	$\int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{1}{\sqrt{2-x-\sqrt{x}}} dx$	$\sqrt{\frac{13}{2}} - \frac{\pi}{3}$
38	$\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$	$\frac{\pi}{2}$
39	$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x - \sin^2 x}} dx$	$\frac{\pi}{2}$
40	$\int_0^a x \ln x dx$	$\frac{a^2}{2} \left(\ln a - \frac{1}{2} \right)$

4. verificare che i seguenti integrali impropri su intervalli illimitati sono convergenti e calcolare il valore 

41	$\int_{-\infty}^0 e^x dx$	1
42	$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x-5)^2} dx$	$\frac{1}{5}$
43	$\int_{-\infty}^0 x e^x dx$	-1
44	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$	1
45	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$	$2 \ln(3 - 2\sqrt{2})$
46	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$	$\frac{\pi}{2}$
47	$\int_{\frac{1}{2}}^{+\infty} \frac{1}{x^3 \sqrt{4x^2 - 1}} dx$	π
48	$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$	$\frac{\pi}{2}$
49	$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$	2π
50	$\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^2} dx$	1

51	$\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx$	$\frac{\pi}{8}$
52	$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} dx$	$\frac{1}{2 \ln^2 2}$
53	$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$	$\frac{1}{2}$
54	$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx$	$\frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$
55	$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$	1
56	$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} dx$	$\ln(3 + 2\sqrt{2})$
57	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$	$\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$
58	$\int_{-\infty}^0 \frac{x}{x^3 - 1} dx$	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$
59	$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$	$\frac{\pi}{4}$
60	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$	$\frac{\pi}{2}$

