

risolvi i seguenti problemi più impegnativi

1	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che è tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 = 1$	$xy = \pm \frac{1}{2}$
2	Determinare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y , che ha il vertice coincidente con il centro della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ ed è tale che l'asse delle ascisse intercetta su di essa una corda di lunghezza 6	$y = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x$
3	Data l'iperbole di equazione $y = \frac{2x+1}{hx-k}$, determinare i valori dei parametri h e k sapendo che uno dei suoi asintoti è la retta $x = 3$ e che inoltre passa per il centro dell'ellisse di equazione $\frac{(x+6)^2}{64} + \frac{(y+2)^2}{8} = 1$	$y = \frac{36x + 18}{-11x + 33}$
4	Determinare i punti di intersezione dell'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 25$ con la circonferenza avente il centro nell'origine e diametro uguale alla semi distanza focale dell'iperbole	$\left(\pm \frac{5\sqrt{6}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2} \right)$ $\left(\pm \frac{5\sqrt{6}}{2}; -\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)$
5	È data la parabola $y = (x - 3)^2$ Scrivere l'equazione della parabola simmetrica della data rispetto all'asse x. Scrivere l'equazione della circonferenza avente il centro nel vertice comune delle due parabole il cui raggio misura $\sqrt{20}$. Determinare le coordinate dei punti d'intersezione delle tre curve e le equazioni delle tangenti alle curve nei punti trovati	$y = -x^2 + 6x - 9$ $x^2 + y^2 - 6x - 11 = 0$ $A(1; 4) \quad B(5; 4)$ $C(1; -4) \quad D(5; -4)$ <i>tangenti in A:</i> $y = -4x + 8$ $2y = x + 7$

6	Una circonferenza, situata nel primo quadrante, è tangente agli assi coordinati e il suo raggio misura 2. Una parabola, con asse parallelo all'asse x, ha il vertice nel punto $(-1; 2)$ e passa per il punto $(3; 0)$. Scrivere le equazioni delle due curve. Determinare una traslazione di assi che abbia la nuova origine nel centro della circonferenza e scrivere le equazioni delle due curve riferite ai nuovi assi. Determinare le coordinate dei punti d'intersezione delle due curve, nei due sistemi di riferimento	$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ $x = y^2 - 4y + 3$ $X^2 + Y^2 = 4$ $X = Y^2 - 3$
7	Scrivere l'equazione della circonferenza appartenente al primo quadrante, tangente agli assi coordinati, di raggio misura 3. Scrivere poi, l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse x, con vertice nel punto $(-4; 3)$ e passante per il punto $(-3; 4)$. Determinare la traslazione di assi che abbia la nuova origine nel centro della circonferenza e scrivere le equazioni delle due curve riferite ai nuovi assi. Determinare le coordinate dei punti d'intersezione delle due curve, nei due sistemi di riferimento	$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$ $x = y^2 - 6y + 5$ $X^2 + Y^2 = 9$ $X = Y^2 - 7$
8	Scrivere l'equazione della parabola simmetrica rispetto all'asse x, della parabola di equazione $y = (x - 2)^2$. Determinare l'equazione della circonferenza avente il centro nel vertice comune delle due parabole e raggio $\sqrt{20}$; scrivere le coordinate dei punti d'intersezione delle tre curve e le equazioni delle tangenti alle curve nei punti trovati	$y = -x^2 + 4x - 4$ $x^2 + y^2 - 4x - 16 = 0$ $A(0; 4) \quad B(4; 4)$ $C(0; -4) \quad D(4; -4)$ tangenti in A: $y = -4x + 4; 2y = x + 8$
9	Una circonferenza, situata nel primo quadrante, è tangente agli assi coordinati e il suo raggio misura 3. Una parabola, con asse parallelo all'asse x, ha il vertice nel punto $(-4; 3)$ e passa per il punto $(-3; 4)$. Scrivere le equazioni delle due curve. Determinare una traslazione di assi che abbia la nuova origine nel centro della circonferenza e scrivere le equazioni delle due curve riferite ai nuovi assi. Determinare le coordinate dei punti d'intersezione delle due curve, nei due sistemi di riferimento	$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$ $x = y^2 - 6y + 5$ $\begin{cases} x = X + 3 \\ y = Y + 3 \end{cases}$ $X^2 + Y^2 = 9$ $X = Y^2 - 7$ $A(1; 3 + \sqrt{5}) \quad B(1; 3 - \sqrt{5})$ $C(4; 3 - 2\sqrt{2})$ $D(4; 3 + 2\sqrt{2})$ $A'(-2; \sqrt{5}) \quad B'(-2; -\sqrt{5})$ $C'(1; -2\sqrt{2}) \quad D'(1; 2\sqrt{2})$

10	Date la parabola e la retta di equazioni $9y = x^2 + 6x - 54$ e $y = 2x - 9$, determinare le coordinate dei loro punti A e B di intersezione. Verificare poi che il triangolo che ha come vertici l'origine degli assi cartesiani e i punti A e B è rettangolo e determinare l'equazione della circonferenza circoscritta a questo triangolo	$(3; -3) \quad (9; 9)$ $x^2 + y^2 - 12x - 6y = 0$
11	Scrivere le equazioni delle due curve di equazioni $xy = k$ e $y = ax^2 + b$ sapendo che passano per il punto $P(2; 4)$ e che la tangente alla parabola in questo punto ha coefficiente angolare -2. Calcolare le coordinate dei punti comuni e verificare che le due curve sono tangenti	$xy = 8$ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$ $(-4; -2)$
12	Data l'iperbole equilatera di equazione $xy = 1$, determinare: a) L'equazione della retta r tangente all'iperbole nel vertice V del I quadrante. b) L'equazione $x = ay^2 + b$ della parabola tangente in V all'iperbole. c) Le coordinate dell'ulteriore intersezione P delle due curve e l'equazione della retta t, tangente in P all'iperbole. d) La misura dell'area del triangolo $VP M$, dove M è il punto di intersezione delle rette r, t	a) $r: x + y - 2 = 0$ b) $x = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{2}$ c) $P\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$ $t: 4x + y + 4 = 0$ d) $M(-2; 4)$ $area = \frac{27}{4}$
13	Scrivere le equazioni delle due curve di equazioni $xy = k$ e $y = ax^2 + b$ sapendo che passano per il punto $P(1; 2)$ e che la tangente alla parabola in questo punto ha coefficiente angolare -2. Calcolare le coordinate dei punti comuni e verificare che le due curve sono tangenti	$xy = 2$ $y = -x^2 + 3$ $(-2; -1)$
14	Si consideri la circonferenza di centro $C(-3; 1)$ e raggio 3. Determinare una retta passante per l'origine degli assi che stacchi sulla circonferenza una corda di estremi A e B con ordinata minore o uguale a 0 e tale che sia soddisfatta la relazione $AB^2 + CH^2 = k$, $k \in \mathbb{R}$, dove H è il punto medio di AB	2 soluzioni per $k < 9$ 1 soluzione per $9 \leq k \leq 33$ nessuna soluzione per $k > 33$

15	Determinare i punti d'intersezione dell'ellisse di equazione $\frac{833}{100}x^2 + y^2 = 81$ e dell'iperbole di equazione $\frac{637}{20}x^2 - y^2 = 1$. Che angolo formano le rette congiungenti le coppie di punti opposti tra quelli trovati?	$P_{1,2}\left(\pm\frac{10}{7}; \pm 8\right)$ $P_{3,4}\left(\pm\frac{10}{7}; \mp 8\right)$ $\alpha = \arctg\left(\frac{280}{759}\right) \approx 20.25^\circ$
16	Tra tutte le iperboli aventi come asintoti le rette $y = \pm\frac{3}{4}x$, trovare quelle tangenti all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	$x^2 - \frac{16}{9}y^2 = 4$ $x^2 - \frac{16}{9}y^2 = -16$
17	Determinare la parabola passante per il punto $P(-1; -2)$ e per i punti d'intersezione della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + \frac{51}{10}x + \frac{167}{20}y + 8 = 0$ con la retta $7x + 2y = -5$	$y = -(3x^2 + 2x + 1)$
18	Determinare l'area della parte di piano delimitata dai grafici delle parabole di equazioni $y = -(x^2 + \frac{5}{2}x)$ e $y = -(4x^2 + \frac{17}{2}x)$	$area = 4$
19	Determinare i punti d'intersezione della circonferenza $\Gamma: x^2 + y^2 - \frac{x}{5} - 2y = \frac{31}{25}$ e della parabola $\Pi: y = -\frac{10x^2 + 34x + 7}{21}$; si calcoli quindi l'area della parte di piano delimitata dai grafici delle due sezioni coniche	$A\left(-\frac{7}{5}; 1\right), B\left(\frac{1}{10}; -\frac{1}{2}\right)$ $area = \frac{9\pi}{16} - \frac{83}{140}$
20	Trovare l'equazione della circonferenza di area minima tangente in un punto a ciascuno dei rami della funzione omografica $y = \frac{70x-45}{7x-8}$	$x^2 + y^2 - \frac{16}{7}x - 20y + \frac{4474}{49} = 0$

21	Trovare l'equazione della funzione omografica avente come asintoti le rette direttrici delle parabole $y = x^2 - \frac{21}{4}x + \frac{143}{20}$ e $x = y^2 + \frac{8}{15}y + \frac{197}{75}$ e passante per il loro unico punto d'intersezione	$y = \frac{27x + 719}{80(36x - 83)}$
22	Trovare l'area del triangolo delimitato dall'asse delle ascisse e dalle rette tangenti all'ellisse di equazione $\frac{9}{4}x^2 + y^2 - 2x - \frac{4}{3}y - \frac{1}{9} = 0$ nei suoi punti d'intersezione con la parabola di equazione $y = \frac{27}{5}x^2 - \left(\frac{3\sqrt{11}}{22} + \frac{27}{5}\right)x + \frac{5\sqrt{11}}{33}$ di ordinata maggiore	$area = \frac{44}{45} + \frac{103\sqrt{11}}{135}$
23	Calcolare l'area del quadrilatero circoscritto alla circonferenza $\Gamma : x^2 + y^2 = 2$ individuato dalle quattro tangenti comuni a Γ e alla parabola $y = \frac{9}{17}x^2 + \frac{40}{17}x + \frac{225}{68}$	$area = \frac{40}{\sqrt{17}}$
24	Trovare l'area del triangolo avente come vertici i punti d'intersezione della funzione omografica $y = \frac{16x+13}{4x+4}$ e della parabola $y = x^2 + 2x + \frac{13}{4}$	$area = \frac{5}{4}$
25	Trovare l'area della figura costituita dalle circonferenze sovrapposte aventi equazioni $x^2 + y^2 + 6x - (4\sqrt{3} + 22)y + 28\sqrt{3} + 110 = 0$ e $x^2 + y^2 + 6x + (4\sqrt{3} - 14)y - 28\sqrt{3} = -54$	$area = \frac{4\pi}{3}(4 + \sqrt{3}) + 8(1 + \sqrt{3})$
26	Trovare area e perimetro del quadrilatero i cui vertici sono i punti d'intersezione della parabola di equazione $y = 2x^2 - 1$ e dell'iperbole di equazione $16x^2 - 4y^2 = -1$. Di che quadrilatero si tratta?	$area = \sqrt{26 + \frac{13\sqrt{3}}{2}}$ $2p = \sqrt{2}\left(\sqrt{4 + \sqrt{3}} + \sqrt{30 - \sqrt{3}}\right)$ trapezio isoscele

27	Trovare le rette tangenti all'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 - x + 45y + 34 = 0$ e alla parabola $y = \frac{x^2}{3} + \frac{37}{9}x + \frac{250}{27}$	$y = x + 2, y = -\frac{x+37}{9}$ $y = \frac{76-5\sqrt{145}}{9}x + \frac{65\sqrt{145}-691}{18}$ $y = \frac{76+5\sqrt{145}}{9}x - \frac{65\sqrt{145}+691}{18}$
28	Calcolare l'area del segmento parabolico staccato sulla parabola $y = \frac{x^2}{11} - \frac{16x+23}{33}$ dalla retta congiungente i punti d'intersezione di detta parabola con l'iperbole $y = -\frac{38x+18}{33x}$	$area = \frac{121}{162}$
29	Trovare l'equazione dell'unica parabola ad asse verticale passante per il punto $P\left(\frac{23}{4}; -4\right)$ e per i punti in cui le tangenti all'ellisse $E: 8x^2 + 5y^2 - 8x - 16y - 93 = 0$ condotte da P intersecano E	$y = -\frac{22}{23}x^2 + \frac{245}{46}x - 3$
30	Scrivi le equazioni di due circonferenze che hanno i centri sugli assi cartesiani e sulla retta di equazione $2x + 3y - 12 = 0$, sapendo che si incontrano nel punto $A(2; 0)$. Trova inoltre l'equazione di una parabola, con asse parallelo all'asse y, che passa per il centro della circonferenza minore ed è tangente in A alla retta che congiunge i punti comuni alle due circonferenze	$x^2 + y^2 - 12x + 20 = 0$ $x^2 + y^2 - 8y - 4 = 0$ $8y = -3x^2 + 24x - 36$
31	Data la circonferenza $x^2 + y^2 - 4x - 4\sqrt{3}y + 12 = 0$, determina le intersezioni A, A' con la retta $y = \sqrt{3}x$, con $x_A < x_{A'}$ e B, B' con la retta $y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$, con $x_B < x_{B'}$. Determina inoltre la lunghezza della corda AB	$A(1; \sqrt{3}), B(3; \sqrt{3})$ $AB = 2$
32	Scrivi l'equazione dell'ellisse, con i fuochi nei punti $F(2; 2 + \sqrt{5}), F'(2; 2 - \sqrt{5})$, sapendo che è tangente all'asse y. Determinare poi l'equazione della semiellisse posta nel semipiano delle $y \geq 2$ e determinare il simmetrico della semiellisse rispetto al punto $(0; 2)$	$9x^2 + 4y^2 - 36x - 16y + 16 = 0$ semiellisse: $y = 2 + \frac{3}{2}\sqrt{4x - x^2}$ $y = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{-4x - x^2}$

33	Della parabola di equazione $y = \frac{1}{4}x^2$, determina la simmetrica rispetto alla retta $y = x$. Nella regione limitata dalla prima e dalla seconda parabola, inscrivi un rettangolo di area $2\sqrt{2}$, sapendo che due lati opposti sono paralleli alla bisettrice del primo e terzo quadrante	$x = \frac{1}{4}y^2$ $4 \text{ oppure } 2(\sqrt{5} - 1)$
34	Studiare la natura dell'insieme di coniche di equazione $x^2 + (k - 1)y^2 = 3 - k$ al variare di k . Sia ε la conica degenerata data dall'unione di due rette; determinare i punti di incontro A e B di tali rette con l'asse x	<i>ellisse per $1 < k < 3$</i> <i>circonferenza per $k = 2$</i> <i>iperbole per $k < 1$</i> $x^2 + y^2 = 1; \quad x = \pm\sqrt{2}$ $A(-\sqrt{2}; 0) \quad B(\sqrt{2}, 0)$
35	Siano date la semiellisse di vertici $O(0; 0), A(4; 0); V(2; 3)$ posta nel semipiano $y \geq 0$, e la semicirconferenza, posta nel semipiano $y \leq 0$, di diametro OA e centro C. Calcola l'area della regione finita di piano delimitata dalle due curve	$y = \frac{3}{2}\sqrt{4x - x^2}$ $y = -\sqrt{4x - x^2}$ $area = 5\pi$